COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

PUBLIÉS,

CONFORMÉMENT A UNE DÉCISION DE L'ACADÉMIE

EN DATE DU 13 JUILLET 1835,

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME CENT-QUARANTE-HUITIÈME.

JANVIER — JUIN 1909.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1909

ÉTAT DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

AU 1er JANVIER 1909.

SCIENCES MATHÉMATIQUES

Section Ire. — *Géométrie.*

Messieurs:

Jordan (Marie-Ennemond-Camille) (o. ✻).
Poincaré (Jules-Henri) (c. ✻).
Picard (Charles-Émile) (o. ✻).
Appell (Paul-Émile) (c. ✻).
Painlevé (Paul) ✻.
Humbert (Marie-Georges) ✻.

Section II. — *Mécanique.*

Levy (Maurice) (c. ✻).
Boussinesq (Valentin-Joseph) (o. ✻).
Deprez (Marcel) (o. ✻).
Léauté (Henry) (o. ✻).
Sebert (Hippolyte) (c. ✻).
Vieille (Paul-Marie-Eugène) (o. ✻).

Section III. — *Astronomie.*

Wolf (Charles-Joseph-Étienne) (o. ✻).
Radau (Jean-Charles-Rodolphe) ✻.
Deslandres (Henri-Alexandre) ✻.
Bigourdan (Guillaume) ✻.
Baillaud (Édouard-Benjamin) (o. ✻).
Hamy (Maurice-Théodore-Adolphe).

Section IV. — *Géographie et Navigation.*

Bouquet de la Grye (Jean-Jacques-Anatole) (c. ✻).
Grandidier (Alfred) (o. ✻).
Bassot (Jean-Léon-Antoine) (c. ✻).
Guyou (Émile) (c. ✻).
Hatt (Philippe-Eugène) (o. ✻).
Bertin (Louis-Émile) (c. ✻).

Section V. — *Physique générale.*

Messieurs :

Lippmann (Gabriel) (C. ✻).
Violle (Louis-Jules-Gabriel) (O. ✻).
Amagat (Émile-Hilaire) (O. ✻).
Gernez (Désiré-Jean-Baptiste) (O. ✻).
Bouty (Edmond-Marie-Léopold) (O. ✻).
Villard (Paul).

SCIENCES PHYSIQUES.

Section VI. — *Chimie.*

Troost (Louis-Joseph) (C. ✻).
Gautier (Émile-Justin-Armand) (C. ✻).
Lemoine (Georges) (O. ✻).
Haller (Albin) (O. ✻).
Le Chatelier (Henry-Louis) (O. ✻).
N. . . . . .

Section VII. — *Minéralogie.*

Lévy (Auguste-Michel) (O. ✻).
Lacroix (François-Antoine-Alfred) ✻.
Barrois (Charles-Eugène) (O. ✻).
Douvillé (Joseph-Henri-Ferdinand) (O ✻).
Wallerant (Frédéric).
N. . . . . .

Section VIII. — *Botanique.*

Bornet (Jean-Baptiste-Édouard) (O. ✻).
Guignard (Jean-Louis-Léon) (O. ✻).
Bonnier (Gaston-Eugène-Marie) (✻).
Prillieux (Édouard-Ernest) (O. ✻).
Zeiller (Charles-René) (O. ✻).
N. . . . . .

Section IX. — *Économie rurale.*

Messieurs :

Schlœsing (Jean-Jacques-Théophile) (C. ✻).
Chauveau (Jean-Baptiste-Auguste) (G. O. ✻).
Müntz (Charles-Achille) (O. ✻).
Roux (Pierre-Paul-Émile) (C. ✻).
Schlœsing (Alphonse-Théophile) ✻.
Maquenne (Léon-Gervais-Marie) ✻.

Section X. — *Anatomie et Zoologie.*

Ranvier (Louis-Antoine) (O. ✻).
Perrier (Jean-Octave-Edmond) (O. ✻).
Chatin (Joannès-Charles-Melchior) ✻.
Delage (Marie-Yves) ✻.
Bouvier (Louis-Eugène) ✻.
Henneguy (Louis-Félix) (O. ✻).

Section XI. — *Médecine et Chirurgie.*

Bouchard (Charles-Jacques) (G. O. ✻).
Guyon (Jean-Casimir-Félix) (C. ✻).
Arsonval (Arsène d') (C. ✻).
Lannelongue (Odilon-Marc) (C. ✻).
Laveran (Charles-Louis-Alphonse) (O. ✻).
Dastre (Albert-Jules-Frank) (O. ✻).

SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

Darboux (Jean-Gaston) (C. ✻), pour les Sciences mathématiques.
Van Tieghem (Philippe-Édouard-Léon) (O. ✻), pour les Sciences physiques.

ACADÉMICIENS LIBRES.

Messieurs :

FREYCINET (Charles-Louis DE SAULSES DE) (O. ✻).
HATON DE LA GOUPILLIÈRE (Julien-Napoléon) (G. O. ✻).
CAILLETET (Louis-Paul) (O. ✻).
CARNOT (Marie-Adolphe) (C. ✻).
ROUCHÉ (Eugène) (O. ✻).
PICARD (Alfred-Maurice) (G. C. ✻).
LABBÉ (Léon) (C. ✻).
BONAPARTE (Le prince Roland).
TANNERY (Jules) (O. ✻).
CARPENTIER (Jules-Adrien) (C. ✻).

ASSOCIÉS ÉTRANGERS.

LISTER (Lord), à Londres.
NEWCOMB (Simon) (C. ✻), à Washington.
SUESS (Édouard), à Vienne.
HOOKER (Sir Joseph-Dalton), à Kew.
SCHIAPARELLI (Jean-Virginius), à Milan.
KOCH (Robert), à Berlin.
AGASSIZ (Alexandre) (O. ✻), à Cambridge (Massachusetts).
N. . . . . .

CORRESPONDANTS.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie* (10).

SCHWARZ (Hermann-Amandus), à Grünewald, près Berlin.
KLEIN (Félix), à Gœttingue.
MÉRAY (Hugues-Charles-Robert) (O. ✻), à Dijon.
ZEUTHEN (Hieronymus-Georg), à Copenhague.
MITTAG-LEFFLER (Magnus-Gustaf) (O. ✻), à Stockholm.

Messieurs :

DEDEKIND (Julius-Wilhelm-Richard), à Brunswick.
NŒTHER (Max), à Erlangen.
VOLTERRA (Vito), à Rome.
GUICHARD (Claude), à Clermont-Ferrand.
GORDAN (Paul), à Erlangen.

SECTION II. — *Mécanique* (10).

CONSIDÈRE (Armand-Gabriel) (O. ✻), à Quimper.
AMSLER (Jacob), à Schaffhouse.
VALLIER (Frédéric-Marie-Emmanuel) (O. ✻), à Versailles.
DWELSHAUVERS-DERY (Victor-Auguste-Ernest) ✻, à Liége.
BAZIN (Henry-Émile) (O. ✻), à Chenôve (Côte-d'Or).
DUHEM (Pierre), à Bordeaux.
HOFF (Jacobus-Henricus VAN'T) ✻, à Berlin.
WITZ (Marie-Joseph-Aimé), à Lille.
N. . . . . .
N. . . . . .

SECTION III. — *Astronomie* (16).

LOCKYER (Sir Joseph-Norman), à Londres.
HUGGINS (Sir William), à Londres.
STEPHAN (Jean-Marie-Édouard) (O. ✻), à Marseille.
AUWERS (Arthur), à Berlin.
BACKLUND (Oskar), à Poulkova.
GILL (Sir David) (O. ✻), à Londres.
BAKHUYZEN (VAN DE SANDE) (C. ✻), à Leyde.
CHRISTIE (William-Henry), à Greenwich (Angleterre).
ANDRÉ (Charles-Louis-François) ✻, à l'Observatoire de Lyon.
WEISS (Edmund) (O. ✻), à l'Observatoire de Vienne.
PICKERING (Edward-Charles), à Cambridge (Massachusetts).
GAILLOT (Jean-Baptiste-Aimable) (✻).
TURNER (Herbert-Hall).
HALE (George-Ellery).
N. . . . . .

Section IV. — *Géographie et Navigation* (10).

Messieurs :

Teffé (le baron de), à Rio-de-Janeiro.
Grimaldi (Albert-Honoré-Charles) (G. C. ✻), prince souverain de Monaco, à Monaco.
Nansen (Fridtjof) (C. ✻), à Bergen (Norvège).
Helmert (Frédéric-Robert), à Potsdam.
Colin (le R. P. Édouard-Élie), à Tananarive.
Gallieni (Joseph-Simon) (G. O. ✻), à Saint-Raphaël (Var).
Davidson (George), à San-Francisco.
Darwin (Sir George), à Cambridge.
Brassey (Thomas, Lord) (C. ✻), à Londres.
N . . . . . .

Section V. — *Physique générale* (10).

Rayleigh (John-William Strutt, Lord) (O. ✻), à Essex.
Blondlot (René-Prosper) ✻, à Nancy.
Hittorf (Wilhem), à Munster (Prusse).
Van der Waals (Johannes-Diderik), à Amsterdam.
Michelson (Albert-A.), à Chicago.
Gouy (Georges-Louis), à Lyon.
Benoit (Justin-Miranda-René) ✻, à Sèvres.
Lorentz (Hendrik-Antoon), à Leyde.
Crookes (Sir William), à Londres.
N. . . . . .

SCIE CES PHYSIQUES.

Section VI. — *Chimie* (10).

Lecoq de Boisbaudran (Paul-Émile dit François) ✻, à Cognac.
Baeyer (Adolf von), à Munich.
Roscoe (Sir Henry-Enfield) (O. ✻), à Londres.
Cannizzaro (Stanislas) (O. ✻), à Rome.
Ramsay (Sir William) (O. ✻), à Londres.
Fischer (Emil), à Berlin.

Messieurs :

SABATIER (Paul), à Toulouse.
FORCRAND (Hippolyte-Robert DE), à Montpellier.
HENRY (Louis), à Louvain.
N. . . . . .

SECTION VII. — *Minéralogie* (10).

GOSSELET (Jules-Auguste-Alexandre) (O. ✻), à Lille.
GEIKIE (Sir Archibald), à Londres.
TSCHERMAK (Gustav), à Vienne.
DEPÉRET (Charles-Jean-Julien) ✻, à Lyon.
ROSENBUSCH (Harry), à Heidelberg.
ŒHLERT (Daniel) ✻, à Laval.
BRÖGGER (Wlademar-Christofer), à Christiania.
HEIM (Albert), à Zurich.
N. . . . . .
N. . . . . .

SECTION VIII. — *Botanique* (10).

GRAND'EURY (François-Cyrille) ✻, à Saint-Étienne.
TREUB (Melchior) ✻, à Buitenzorg, près Batavia (Java).
SCHWENDENER (Simon), à Berlin.
PFEFFER (Wilhelm-Friedrich-Philipp), à Leipzig.
STRASBURGER (Édouard), à Bonn.
WARMING (Johannes-Eugenius-Beilow), à Copenhague.
FLAHAULT (Charles-Henri-Marie) ✻, à Montpellier.
BERTRAND (Charles-Eugène) ✻, à Lille.
N. . . . . .
N. . . . . .

SECTION IX. — *Économie rurale* (10).

HOUZEAU (Auguste) (O. ✻), à Rouen.
ARLOING (Saturnin) (C. ✻), à Lyon.
PAGNOUL (Aimé), à Arras.
GAYON (Léonard-Ulysse) (O. ✻), à Bordeaux.
KUEHN (Julius), à Halle.

Messieurs :

WINOGRADSKI (Serge), à Saint-Pétersbourg.
YERMOLOFF (Alexis) (C. ✻), à Saint-Pétersbourg.
TISSERAND (L uis-Eugène) (G. O. ✻), à Vaucresson.
HECKEL (Édouard-Marie) (O. ✻), à Marseille.
N. . . . . .

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie* (10).

FABRE (Jean-Henri) ✻, à Sérignan (Vaucluse).
SABATIER (Armand) (O. ✻), à Montpellier.
RETZIUS (Gustave), à Stockholm.
BERGH (Ludwig-Rudolph-Sophus), à Copenhague.
LANKESTER (Edwin-Ray), à Londres.
LORTET (Louis) (O. ✻), à Lyon.
MAUPAS (Émile-François), à Alger.
VAN BENEDEN (Édouard), à Liége.
METCHNIKOFF (Élie) (O. ✻), à Sèvres.
WALDEYER (Henri-Guillaume-Godefroi), à Berlin.

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie* (10).

LÉPINE (Jacques-Raphaël) (O. ✻), à Lyon.
ENGELMANN (Théodor-Wilhelm), à Berlin.
LEYDEN (Ernst VON), à Berlin.
MOSSO (Angelo), à Turin.
ZAMBACO (Démétrius-Alexandre) (O. ✻), à Constantinople.
CZERNY (Vincent-Joseph), à Heidelberg.
BACCELLI (Guido), à Rome.
CALMETTE (Léon-Charles-Albert) (O. ✻), à Lille.
N. . . . . .
N. . . . . .

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 4 JANVIER 1909.

PRÉSIDENCE DE M. BOUCHARD.

M. Ch. Bouchard, Président, fait connaître à l'Académie l'état où se trouve l'impression des Recueils qu'elle publie et les changements survenus parmi les Membres et les Correspondants pendant le cours de l'année 1908.

État de l'impression des Recueils de l'Académie au 1er janvier 1909.

Volumes publiés.

Comptes rendus des séances de l'Académie. — Le Tome CXLIV (1er semestre 1907), le Tome CXLV (2e semestre 1907) et le Tome CXLVI (1er semestre 1908) ont paru avec leurs Tables.

Les numéros du 2e semestre de l'année 1908 ont été mis en distribution, chaque semaine, avec la régularité habituelle.

Mémoires de l'Académie. — Le Tome L, comprenant les Mémoires suivants : *Théorie approchée de l'écoulement de l'eau sur un réservoir en mince paroi et sans contraction latérale,* par M. J. Boussinesq. — *Mémoire sur les refoulements qui ont plissé l'écorce terrestre et sur le rôle des déplacements hori-*

zontaux, par Marcel Bertrand. — *Sur un problème relatif à la théorie des courbes gauches*, par M. Gaston Darboux. En tête du Volume se trouvent les Notices suivantes : *Notice sur la vie et les travaux de Ferdinand Fouqué*, par M. Berthelot. — *Notice historique sur Antoine d'Abbadie*, par M. Gaston Darboux.

Mémoires des Savants étrangers. — Le Tome XXXIII est entièrement achevé d'imprimer, il va être mis incessamment en distribution ; il comprend les Mémoires suivants : 1° *Mémoire sur les déplacements à trajectoires sphériques*, par M. Émile Borel; 2° *Essai sur le calcul du nombre des classes de formes quadratiques binaires aux coefficients entiers*, par M. Mathias Lerch; 3° *Mémoire sur l'ellipticité du géoïde dans le tunnel du Simplon*, par M. Marcel Brillouin; 4° *Mémoire sur le problème d'Analyse relatif à l'équilibre des plaques élastiques encastrées*, par M. Jacques Hadamard.

Volumes en cours de publication.

Mémoires de l'Académie. — Tome LI. Ce Tome comprendra : 1° un Mémoire de M. Gaston Darboux, *Sur un problème relatif à la théorie des courbes gauches*, dont l'impression est achevée; 2° *Une réimpression des études faites, à la fin du* XVIIIe *siècle, sur les aérostats*, par le général Musnier, ces études sont accompagnées de nombreuses planches; l'impression de ce travail est en cours.

Mémoires des Savants étrangers. — Tome XXXIV. Deux Mémoires, qui ont remporté le Grand Prix des Sciences mathématiques en 1908, sont en cours de publication. Le Mémoire n° 1, ayant pour auteur M. Luigi Bianchi, professeur à l'Université de Pise, est intitulé : *Théorie des transformations des surfaces applicables sur les quadriques générales*. — Le Mémoire n° 2, dont l'auteur est M. C. Guichard, Correspondant de l'Académie, est intitulé : *Sur la déformation des quadriques*.

Changements survenus parmi les Membres depuis le 1er janvier 1908.

Membres décédés.

Section de Physique : M. **Mascart**, le 24 août.
Section de Chimie : M. **Ditte**, le 7 novembre.

Section de Minéralogie : M. **Gaudry**, le 27 novembre.

Section d'Anatomie et Zoologie : M. **Giard**, le 8 août.

Secrétaires perpétuels : M. **de Lapparent**, le 14 mai; M. **Henri Becquerel**, le 24 août.

Membres élus.

Section d'Astronomie : M. **Baillaud**, le 24 février, en remplacement de M. Lœwy, décédé; M. **Maurice Hamy**, le 23 mars, en remplacement de M. Janssen, décédé.

Section de Physique : M. **Bouty**, le 23 novembre, en remplacement de M. Henri Becquerel, élu secrétaire perpétuel; M. **Villard**, le 28 décembre, en remplacement de M. Mascart, décédé.

Section d'Anatomie et Zoologie : M. **Henneguy**, le 9 novembre, en remplacement de M. Giard, décédé.

Secrétaires perpétuels : M. **Henri Becquerel**, le 29 juin, en remplacement de M. de Lapparent, décédé; M. **Ph. van Tieghem**, le 26 octobre, en remplacement de M. Henri Becquerel, décédé.

Membres à remplacer.

Section de Chimie : M. **Ditte**, décédé le 7 novembre 1908.

Section de Minéralogie : M. **Gaudry**, décédé le 27 novembre 1908.

Section de Botanique : M. **Ph. van Tieghem**, élu Secrétaire perpétuel pour les Sciences physiques, le 27 octobre 1908.

Associé étranger : **Lord Kelvin**, décédé le 17 décembre 1907.

Changements survenus parmi les Correspondants depuis le 1er janvier 1908.

Correspondants décédés.

Section de Botanique : M. **Clos**, à Sorèze, le 19 août.

Section d'Économie rurale : M. **Fliche**, à Nancy, le 29 novembre.

Correspondants élus.

Section d'Astronomie : M. **Gaillot**, à La Varenne-Saint-Hilaire, le 22 juin, en remplacement de M. Trépied, décédé; M. **H.-H. Turner**, à Oxford, le 29 juin, en remplacement de M. H.-C. Vogel, décédé; M. **George-E. Hale**, à Mount-Wilson (Californie), le 6 juillet, en remplacement de M. Asaph Hall, décédé.

Correspondants à remplacer.

Section de Mécanique : M. **Sire**, à Besançon, décédé le 12 septembre 1906; M. **Zeuner**, à Dresde, décédé le 17 octobre 1907.

Section d'Astronomie : M. **Baillaud**, à Toulouse, élu membre titulaire, le 24 février 1908.

Section de Géographie et Navigation : M. **Augustin Normand**, au Havre, décédé le 21 décembre 1906.

Section de Physique : M. **Crova**, à Montpellier, décédé le 21 juin 1907.

Section de Chimie : M. **Mendeleef**, à Saint-Pétersbourg, décédé le 2 février 1907.

Section de Minéralogie : M. **Carl Klein**, à Berlin, décédé le 23 juin 1907; M. **Peron**, à Auxerre, décédé le 2 juillet 1908.

Section de Botanique : M. **Masters**, à Ealing, décédé le 29 mai 1906; M. **Clos**, à Sorèze, décédé le 19 août 1908.

Section d'Économie rurale : M. **Fliche**, à Nancy, décédé le 29 novembre 1908.

Section de Médecine et de Chirurgie : **Sir Burdon Sanderson**, à Oxford, décédé en 1905; M. **Herrgott**, à Nancy, décédé le 4 mars 1908.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certains systèmes d'équations différentielles linéaires.* Note de M. **Gaston Darboux**.

Les systèmes d'équations linéaires dont je veux entretenir l'Académie sont analogues à celui qui se présente dans la théorie du mouvement relatif. On sait que, si un solide invariable se meut dans l'espace et si l'on connaît, à chaque instant t, les composantes p, q, r de la relation instantanée, relatives aux axes d'un trièdre invariablement lié à ce système mobile, la détermination de sa position absolue dépend de l'intégration du système linéaire à trois inconnues

$$(1) \qquad \frac{da}{dt} = br - cq, \qquad \frac{db}{dt} = cp - ar, \qquad \frac{dc}{dt} = aq - bp,$$

qui admet l'intégrale quadratique à coefficients constants

$$(2) \qquad a^2 + b^2 + c^2 = \text{const.}$$

Les systèmes que je veux considérer sont ceux qu'on rencontre dans l'étude des questions analogues relatives à un nombre quelconque de dimensions. Ils se présentent sous la forme

$$\frac{dx_i}{dt} = \sum_{k=1}^{k=n} p_{ik} x_k, \tag{3}$$

où les indices i et k peuvent prendre les valeurs $1, 2, \ldots, n$, et où les quantités p_{ik} satisfont aux deux conditions

$$p_{ii} = 0, \qquad p_{ik} + p_{ki} = 0. \tag{4}$$

Ils admettent, eux aussi, l'intégrale quadratique

$$\sum x_i^2 = \text{const.}, \tag{5}$$

de sorte que toute solution particulière définie par les formules

$$x_i = x_i^0$$

conduira à l'intégrale linéaire

$$\sum x_i^0 x_i = \text{const.}$$

Indépendamment de leur intérêt cinématique, les systèmes (3) méritent, au point de vue analytique, une étude approfondie. On peut leur appliquer une remarque que j'ai déjà faite pour le cas de trois variables et montrer que tout système linéaire homogène admettant une intégrale quadratique, *à coefficients constants ou variables*, peut se ramener à la forme (3). Par suite, si l'on considère un système linéaire quelconque

$$\frac{dx_i}{dt} = \sum_k a_{ik} x_k \qquad (i, k = 1, 2, \ldots, n), \tag{6}$$

et si on lui associe le système que j'ai appelé *adjoint* (*Comptes rendus*, t. XC)

$$\frac{du_i}{dt} = -\sum_k a_{ki} u_k, \tag{7}$$

l'ensemble des systèmes (6) et (7) admet l'intégrale quadratique

$$\sum u_i x_i = \text{const.} \tag{8}$$

et peut, par suite, être ramené à la forme (3).

M. John Eiesland, dans un Mémoire inséré à l'*American Journal of Ma-*

thematics (t. XX, p. 245), et M. Ernesto Laura, dans deux Notes insérées en 1907 et 1908 aux *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino* (16 juin 1907 et 12 janvier 1908), se sont occupés du cas particulier du système (3), où n est égal à 4; et ils ont obtenu ce beau résultat, qui peut être considéré comme la généralisation de ce que l'on sait pour n égal à 3, que *l'intégration du système peut s'effectuer par le moyen de deux équations de Riccati*. Je me propose d'établir ce théorème par des méthodes qui peuvent s'étendre, dans une certaine mesure, aux cas généraux.

Considérons donc le système

$$\frac{dx_i}{dt} = \sum_{k=1}^{k=4} p_{ik} x_k \qquad (i = 1, 2, 3, 4), \tag{9}$$

où l'on a encore

$$p_{ii} = 0, \qquad p_{ik} + p_{ki} = 0, \tag{10}$$

et qui admet l'intégrale quadratique

$$\sum x_i^2 = \text{const.} \tag{11}$$

La voie que je vais suivre repose sur la considération des solutions pour lesquelles la constante du second membre est nulle, c'est-à-dire pour lesquelles on a

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 0. \tag{12}$$

Ces solutions ont été déjà considérées par M. Eiesland, mais peut-être ne leur a-t-il pas attribué la place qu'elles méritent dans la théorie.

La solution la plus générale de l'équation (12) peut être obtenue en posant

$$\left\{\begin{array}{ll} x_1 + ix_2 = \alpha\beta, & x_3 + ix_4 = -\beta\delta, \\ x_1 - ix_2 = \gamma\delta, & x_3 - ix_4 = \alpha\gamma, \end{array}\right. \tag{13}$$

α, β, γ, δ étant de nouvelles inconnues auxiliaires, qui ne sont même pas pleinement déterminées; car il est évidemment permis, sans changer les valeurs des x_i, d'effectuer la substitution

$$\alpha \,|\, \alpha h, \quad \beta \,\Big|\, \frac{\beta}{h}, \quad \delta \,|\, \delta h, \quad \gamma \,\Big|\, \frac{\gamma}{h}, \tag{14}$$

où h est une fonction qu'on pourra choisir arbitrairement. Nous ferons plus loin usage de cette remarque.

On tire des équations (13) les valeurs suivantes des x_i :

$$(15)\qquad \begin{cases} 2x_1 = \alpha\beta + \gamma\delta, & 2x_3 = \alpha\gamma - \beta\delta, \\ 2x_2 = i(\gamma\delta - \alpha\beta), & 2x_4 = i(\alpha\gamma + \beta\delta). \end{cases}$$

Pour avoir les équations différentielles auxquelles satisfont α, β, γ, δ, différentions les équations (13) et remplaçons les dérivées des x_i par leurs valeurs. La première, par exemple, nous donnera le résultat suivant :

$$\alpha\left[\frac{d\beta}{dt} + \frac{i}{2}\beta p_{12} + \frac{\gamma}{2}(p_{13} + ip_{23}) - \frac{\gamma}{2}(ip_{14} - p_{24})\right]$$
$$+\beta\left[\frac{d\alpha}{dt} + \frac{i}{2}\alpha p_{12} + \frac{\delta}{2}(p_{13} + ip_{23}) - \frac{\delta}{2}(ip_{14} - p_{24})\right] = 0.$$

En introduisant une inconnue auxiliaire λ, on peut remplacer cette équation *quadratique* par le système de deux équations *linéaires*

$$2\frac{d\alpha}{dt} = -i\alpha(p_{12} + \lambda) + \delta[-p_{13} - p_{24} + i(p_{14} - p_{23})],$$
$$2\frac{d\beta}{dt} = -i\beta(p_{12} - \lambda) + \gamma[\quad p_{13} - p_{24} + i(p_{14} + p_{23})].$$

Différentions les autres équations (13), en tenant compte des deux équations précédentes. Si, pour plus de symétrie, on pose

$$(16)\qquad \lambda = \mu - p_{34},$$

et si l'on introduit, pour abréger, les notations suivantes :

$$(17)\qquad \begin{cases} p_{12} + p_{34} = a_2, & p_{13} + p_{24} = a_3, & p_{14} + p_{23} = a_4, \\ p_{12} - p_{34} = b_2, & p_{13} - p_{24} = b_3, & p_{14} - p_{23} = b_4, \end{cases}$$

on sera conduit au système suivant :

$$(18)\qquad \begin{cases} 2\dfrac{d\alpha}{dt} = -i\alpha(\mu + b_2) + \delta(-a_3 + ib_4), \\ 2\dfrac{d\delta}{dt} = \alpha(a_3 + ib_4) - i\delta(\mu - b_2), \end{cases}$$

$$(18')\qquad \begin{cases} 2\dfrac{d\beta}{dt} = i\beta(\mu - a_2) + \gamma(b_3 + ia_4), \\ 2\dfrac{d\gamma}{dt} = \beta(-b_3 + ia_4) + i\gamma(a_2 + \mu), \end{cases}$$

qui *se décompose en deux systèmes linéaires à deux inconnues seulement*. Ces deux systèmes sont absolument indépendants.

Si l'on effectue sur les variables α, β, γ, δ la substitution (14), il faut effectuer de même sur μ la substitution

$$\mu \left| \mu - \frac{i}{h}\frac{dh}{dt}; \right. \tag{19}$$

μ pourra donc être choisie arbitrairement. Comme on sait que les systèmes linéaires de la forme

$$\frac{dx}{dt} = mx + ny, \qquad \frac{dy}{dt} = px + qy,$$

pour lesquels la somme $m + q$ est égale à zéro, jouissent de la propriété que le déterminant $x_1 y_2 - x_2 y_1$ de deux systèmes de solutions particulières est constant, on sera conduit à poser ici

$$\mu = 0, \tag{20}$$

pour donner cette propriété aux systèmes (18) et (18′). Ils prendront alors la forme définitive

$$\left\{ \begin{aligned} 2\frac{d\alpha}{dt} &= \quad -ib_2\alpha \quad + (-a_3 + ib_4)\delta, \\ 2\frac{d\delta}{dt} &= (a_3 + ib_4)\alpha \quad + ib_2\delta, \end{aligned} \right. \tag{21}$$

$$\left\{ \begin{aligned} 2\frac{d\beta}{dt} &= - \quad ia_2\beta \quad + (b_3 + ia_4)\gamma, \\ 2\frac{d\gamma}{dt} &= (-b_3 + ia_4)\beta + ia_2\gamma. \end{aligned} \right. \tag{21'}$$

On sait qu'on peut ramener l'intégration de ces systèmes à celle de deux équations de Riccati, qui seront

$$\left\{ \begin{aligned} 2\left(\delta\frac{d\alpha}{dt} - \alpha\frac{d\delta}{dt}\right) &= (-a_3 + ib_4)\delta^2 - 2ib_2\alpha\delta - (a_3 + ib_4)\alpha^2, \\ 2\left(\gamma\frac{d\beta}{dt} - \beta\frac{d\gamma}{dt}\right) &= (b_3 + ia_4)\gamma^2 - 2ia_2\beta\gamma - (-b_3 + ia_4)\beta^2, \end{aligned} \right. \tag{22}$$

et qui détermineront respectivement les rapports $\frac{\alpha}{\delta}$ et $\frac{\beta}{\gamma}$. Si l'on se reporte aux formules (13), on constate que ces rapports mutuels sont *les paramètres des deux familles de génératrices rectilignes de la quadrique représentée par l'équation* (12).

Il est facile maintenant d'avoir la solution générale du système proposé. Si α, δ et α_1, δ_1 sont deux systèmes particuliers de solutions du système (21)

qu'on pourra, pour plus de netteté, supposer liés par la relation

$$\alpha\delta_1 - \delta\alpha_1 = 1, \tag{23}$$

la solution la plus générale de ce système sera donnée par les formules

$$\alpha' = c\alpha + c_1\alpha_1, \qquad \delta' = c\delta + c_1\delta_1, \tag{24}$$

où c, c_1 désigneront deux constantes arbitraires.

De même, si β, γ; β_1, γ_1 désignent deux systèmes de solutions du système (21′) liés également par la relation

$$\beta\gamma_1 - \gamma\beta_1 = 1, \tag{25}$$

la solution générale de ce système aura pour expression

$$\beta' = c_2\beta + c_3\beta_1, \qquad \gamma' = c_2\gamma + c_3\gamma_1, \tag{26}$$

où c_2, c_3 seront deux nouvelles constantes.

En portant toutes ces valeurs dans les formules (15), on aura

$$(27)\quad \left\{\begin{aligned}
2x_1 &= cc_2(\alpha\beta + \gamma\delta) + cc_3(\alpha\beta_1 + \delta\gamma_1) + c_1c_2(\alpha_1\beta + \delta_1\gamma) + c_1c_3(\alpha_1\beta_1 + \gamma_1\delta_1),\\
2x_2 &= icc_2(\gamma\delta - \alpha\beta) + icc_3(\delta\gamma_1 - \alpha\beta_1) + ic_1c_2(\gamma\delta_1 - \beta\alpha_1) + ic_1c_3(\gamma_1\delta_1 - \alpha_1\beta_1),\\
2x_3 &= cc_2(\alpha\gamma - \beta\delta) + cc_3(\alpha\gamma_1 - \delta\beta_1) + c_1c_2(\gamma\alpha_1 + \beta\delta_1) + c_1c_3(\alpha_1\gamma_1 - \beta_1\delta_1),\\
2x_4 &= icc_2(\alpha\gamma + \beta\delta) + icc_3(\alpha\gamma_1 + \delta\beta_1) + ic_1c_2(\gamma\alpha_1 + \beta\delta_1) + ic_1c_3(\alpha_1\gamma_1 + \beta_1\delta_1).
\end{aligned}\right.$$

Ces formules, à la vérité, ne fournissent que les solutions pour lesquelles la somme des carrés est nulle. Mais il est bien facile de passer au cas général. Il suffit d'y remplacer les produits c_ic_k par des constantes quelconques. On obtient ainsi la solution générale par les formules

$$(28)\quad \left\{\begin{aligned}
x_1 &= \mathrm{C}(\alpha\beta + \gamma\delta) + \mathrm{C}_1(\alpha_1\beta_1 + \gamma_1\delta_1) + \mathrm{D}(\beta\alpha_1 + \gamma\delta_1) + \mathrm{D}_1(\alpha\beta_1 + \delta\gamma_1),\\
x_2 &= i\mathrm{C}(\gamma\delta - \alpha\beta) + i\mathrm{C}_1(\gamma_1\delta_1 - \alpha_1\beta_1) + i\mathrm{D}(\gamma\delta_1 - \beta\alpha_1) + i\mathrm{D}_1(\delta\gamma_1 - \alpha\beta_1),\\
x_3 &= \mathrm{C}(\alpha\gamma - \beta\delta) + \mathrm{C}_1(\alpha_1\gamma_1 - \delta_1\beta_1) + \mathrm{D}(\gamma\alpha_1 - \beta\delta_1) + \mathrm{D}_1(\alpha\gamma_1 - \delta\beta_1),\\
x_4 &= i\mathrm{C}(\alpha\gamma + \beta\delta) + i\mathrm{C}_1(\alpha_1\gamma_1 + \beta_1\delta_1) + i\mathrm{D}(\gamma\alpha_1 + \beta\delta_1) + i\mathrm{D}_1(\alpha\gamma_1 + \delta\beta_1),
\end{aligned}\right.$$

où C, C_1, D, D_1 désignent des constantes entièrement arbitraires. Il est facile de voir qu'on aura

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 4\mathrm{CC}_1 - 4\mathrm{DD}_1. \tag{29}$$

La méthode précédente ne paraît guère susceptible de s'étendre au cas où n est quelconque. Je me propose de montrer cependant que la considération des solutions pour lesquelles la somme des carrés des inconnues est nulle conduit encore à des simplifications pour les valeurs les moins élevées

de n. J'aurai également l'occasion de montrer qu'à la considération d'un système d'équations linéaires et à celle de son système adjoint, il faut lier l'étude de certains systèmes intermédiaires qui admettent comme solutions les divers déterminants qu'on peut former avec un groupe plus ou moins étendu de solutions particulières.

AVIATION. — *Sur le danger de chavirement possible dans la giration des aéroplanes.* Note de M. **L.-F. Bertin**.

L'examen des aéroplanes récemment exposés au Grand Palais fait voir que, sur quelques appareils, le centre de dérive, placé beaucoup plus bas que le centre de sustentation, est à peine au-dessus du centre de gravité et peut même tomber au-dessous. Dans ces conditions, le danger de chavirer par l'effet d'une inclinaison vers l'extérieur de la courbe de giration est plus menaçant que le suppose ma Note du 16 novembre dernier. Le moment d'inclinaison dangereux peut en effet résulter, non seulement de quelques remous de vent près du sol, mais encore de la pression latérale elle-même, qui résulte de la giration.

Il est, par suite, intéressant de connaître les angles d'inclinaison correspondant au maximum de stabilité statique et à la limite de stabilité dynamique, pour les inclinaisons vers l'extérieur, au moins autant que vers l'intérieur de la courbe de giration. La convenance d'assurer une inclinaison du côté de la sécurité résulte de la nécessité de s'écarter de la position d'équilibre instable, plus encore que de l'avantage d'exécuter la giration sans sortir d'un plan horizontal. Quelques chiffres suffiront pour fixer à cet égard la conviction des intéressés.

Dans l'hypothèse, choisie pour les calculs numériques du 16 novembre, d'un angle de sustentation β de 5° et d'un angle de dérive θ de 15°, l'angle d'inclinaison φ_1 vers l'extérieur, pour lequel la poussée sustentatrice F et, par suite, le moment de stabilité M s'annulent, est, comme on sait, de 19°. L'angle d'inclinaison φ'_1, qui correspond au maximum du moment de stabilité statique

$$M = F a \sin\varphi, \tag{1}$$

est de 10° seulement; tout moment capable de produire cette inclinaison conduit donc au chavirement certain. L'angle limite de stabilité dyna-

mique φ''_1, au delà duquel la sécurité cesse d'être complète, est de 4°50′ seulement.

Les angles φ_1, φ'_1, φ''_1 sont d'autant plus faibles que β est plus petit et que θ est plus grand. Or, les valeurs 5°, 15° de β et θ, adoptées comme des moyennes, ne sont nullement des limites. La Note du 16 novembre indique que, pour $\beta = 2°$, $\theta = 12°$, l'angle φ_1 descendra à 9°30′, ce qui permet d'évaluer φ'_1 à 5° et φ''_1 à moins de 3°; si θ s'élevait à 15°, avec $\beta = 2°$, l'angle φ_1 ne serait même que de 7°. Or, la composante transversale de la résistance étant beaucoup moindre, relativement à l'autre, sur les aéroplanes que sur les navires, il est très possible que les angles de 12° et de 15° soient dépassés dans la dérive. Il y a donc une véritable instabilité sur un bord, dans la giration des aéroplanes.

Pour les inclinaisons vers l'intérieur de la courbe, le calcul du moment de stabilité, qui ne s'annule qu'à 90°, est rassurant à tous égards. En faisant l'hypothèse $\beta = 5°$, $\theta = 15°$, et en supposant de plus que le rapport entre les deux vitesses de translation V_0, V_1 est égal à 1,5, ce qui permet de se servir constamment de l'expression (1) sans y remplacer jamais F par P, les chiffres obtenus sont les suivants. L'angle φ_2 correspondant au maximum de F étant, comme on le sait déjà, de 39°10′, l'angle φ'_2 qui correspond au maximum du moment M, c'est-à-dire de $F \sin\varphi$, est égal à 55°, et l'angle limite de stabilité dynamique φ''_2, en deçà duquel, dans aucune hypothèse sur la soudaineté de la force inclinante, aucun danger de chavirement ne peut surgir, est de 29°. De plus, l'angle φ_2, qui, à l'inverse de ce qui a lieu pour φ_1, diminue quand β augmente, augmente au contraire avec l'angle de dérive θ; il n'a pas été trouvé inférieur à 27°, en faisant varier les hypothèses sur β et θ, jusqu'à $\beta = 10°$ et $\theta = 8°$ seulement. On peut donc s'appuyer en toute confiance sur des inclinaisons de 15° à 18° vers l'intérieur, en attendant que l'observation de l'angle θ recule cette limite.

Comme conclusion, les aéroplanes ont besoin d'un plan vertical de dérive, qui leur assure à la fois la force centripète nécessaire aux girations et l'inclinaison de sécurité. Le même résultat peut être obtenu par un gauchissement du plan sustentateur ou un mouvement latéral du centre de gravité; mais ces procédés, instinctifs chez l'oiseau, à défaut de plan de dérive, semblent d'une complication gênante pour l'aviateur.

Le plan vertical de dérive établi très au-dessus du centre de gravité se trouve, à l'état un peu embryonnaire, sur quelques aéroplanes monoplans. L'appareil stabilisateur, avec ses cloisons verticales, en tiendrait très bien lieu, s'il était remonté suffisamment haut au-dessus du centre de gravité. Au sujet de cet appareil, il faut noter son rôle, en cas de chavirement, pour le redressement automatique possible de l'aéroplane, interrompant la chute violente qui se produit sous l'action combinée de la pesanteur et de la force F devenue négative dans deux quadrants de l'inclinaison. Ce redressement suppose que l'angle de dérive a disparu dès que le gouvernail a été abandonné à lui-même; il exige, à cet effet, une stabilité de route, qui ne se ren-

contre pas sur les navires, mais que les stabilisateurs peuvent donner aux aéroplanes.

Il faut insister, en terminant, sur la nécessité de données expérimentales, au sujet des lois de la giration aussi bien que de celles de la propulsion des aéroplanes, en faisant remarquer que l'observation du diamètre de giration et celle de l'angle de dérive deviendraient possibles si l'on parvenait à évoluer dans un plan horizontal, ce qui permettrait d'opérer suffisamment près du sol pour faire tous les relevés nécessaires.

S. A. S. le Prince **Albert de Monaco** fait hommage à l'Académie des Ouvrages suivants :

1° *Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par* Albert Ier, Prince souverain de Monaco, publiés sous sa direction avec le concours de M. Jules Richard. Fascicule XXXIII : *Crustacés décapodes (Pénéidés)*, provenant des campagnes de l'*Hirondelle* et de la *Princesse-Alice* (1886-1907), par E.-L. Bouvier.

2° *La Caverne d'Altamira à Santillane, près Santander (Espagne)*, par Émile Cartailhac et Henri Breuil.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection de deux de ses Membres, qui feront partie de la Commission administrative pour l'année 1909.

MM. **Maurice Levy** et **Bornet** réunissent l'unanimité des suffrages.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Correspondant pour la Section de Minéralogie, en remplacement de M. *Carl Klein*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 40,

M. Zirkel	obtient	. . . . .	37 suffrages
M. Lehmann	»	. . . . .	2 »
M. Lugeon	»	. . . . .	1 »

M. **Zirkel**, ayant réuni la majorité des suffrages, est élu Correspondant de l'Académie.

CORRESPONDANCE.

Le Sénat de l'Université de Genève, par l'organe du Recteur, invite l'Académie à se faire représenter aux fêtes du 350e anniversaire de la fondation de l'Université, qui seront célébrées du 7 au 10 juillet 1909.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, l'Ouvrage suivant :

Histoire du développement de la Chimie depuis Lavoisier jusqu'à nos jours, par A. Ladenburg, traduit de l'allemand par A. Corvisy.

MM. **W.-L. Elkin**, **M. Leriche**, **Mason-F. Smith** adressent des remercîments pour les distinctions que l'Académie a accordées à leurs travaux.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les intégrales multiformes des équations différentielles algébriques du premier ordre.* Note de M. **Pierre Boutroux**, présentée par M. P. Painlevé.

Dans une Note présentée à l'Académie (*Comptes rendus*, 21 décembre 1908) je me suis proposé de ramener l'étude des branches d'une intégrale multiforme à l'étude des substitutions (S) que subit [dans l'expression de l'intégrale générale $f(x, C)$] le paramètre d'intégration C lorsqu'on passe d'une branche à une autre. Pour étudier les substitutions (S), je considère d'abord isolément chaque singularité transcendante de l'équation différentielle. Au voisinage de l'une quelconque, ξ, de ces singularités, j'étudie l'ensemble des permutations que subit une même branche d'intégrale, permutations auxquelles correspondent des substitutions simples de certains paramètres d'intégration C_1, C_2, ... convenablement choisis. Opérant de même sur tous les points ξ (dont le nombre est fini), je me trouve finalement en présence d'un certain nombre (fini) de paramètres d'intégration $C_1, \ldots, C_m$, qui sont fonctions les uns des autres, puisque l'intégrale générale ne dépend, en définitive, que d'un paramètre arbitraire. *Il suffirait alors de connaître les fonctions* $C_2(C_1), \ldots, C_m(C_1)$ *pour connaître, du même coup, toutes les substitutions* (S).

Considérons, par exemple, l'équation

$$zz' + 3z - 2(x-\alpha)(x-\beta)(x-2) = 0, \tag{1}$$

qui admet quatre points transcendants α, β, 2, ∞. Ces points appartiennent à la classe des points que j'appelle *points* (de Briot et Bouquet) *de première espèce*. [On peut caractériser les points de cette espèce en remarquant qu'ils ont pour types les singularités transcendantes des fonctions inverses des fonctions méromorphes : ainsi, *dans un domaine contenant un seul point de première espèce d'une fonction multiforme $y(x)$, on peut uniformiser $y(x)$ en exprimant x et y en fonction d'un paramètre t, dont x est fonction méromorphe.*]

Entourons $x = 2$ d'un petit cercle γ''. Sur le contour de γ'', les branches d'intégrales z, qui sont singulières dans γ'', se trouvent représentées par l'un ou l'autre de deux développements de Briot et Bouquet procédant suivant les puissances de $(x-2)$, $C_1''(x-2)^{\lambda_1''}$ et $(x-2)$, $C_2''(x-2)^{\lambda_2''}$ [ces développements convergent sur le contour γ'' pour les petites valeurs de $|C_1''|$, $|C_2''|$]. D'ailleurs on a toujours $\lambda_1''^{-1} + \lambda_2''^{-1} = -1$. Supposons, en particulier, que les parties réelles de λ_1'' et λ_2'' soient toutes deux négatives (c'est le cas le plus régulier). Appelons Z_1'', Z_2'' les deux intégrales (holomorphes en $x-2$) que donnent les développements pour $C_1'' = 0$ et $C_2'' = 0$; puis considérons la branche d'intégrale qui, en un point $\bar{x}$ du contour γ'', prend une valeur $\bar{z}$ voisine de $Z_1''(\bar{x})$ [ou de $Z_2''(\bar{x})$]. Cette branche d'intégrale présente, à l'intérieur de γ'', une demi-suite *unilinéaire* de points critiques algébriques x_0, x_{-1}, x_{-2}, ... qui converge vers $x = 2$; les seules déterminations qui s'échangent dans γ'' sont alors celles que permute cette demi-suite : elles sont toutes fournies par les deux développements de Briot et Bouquet, dans lesquels on donne à C_1'' et C_2' des valeurs liées par la relation [1]

$$C_1''^{\lambda_1''^{-1}} = C_2''^{\lambda_2''^{-1}}. \tag{2}$$

Voilà (à certaines modifications près, quand les parties réelles de λ_1'', λ_2'' ne sont pas toutes deux négatives) ce que donne l'étude de l'équation (1) dans un domaine contenant un seul point transcendant : *les substitutions fondamentales subies par C_1'' et C_2'' sont les substitutions* $(C_1'', e^{2i\pi\lambda_1''}C_1'')$, $(C_2'', e^{2i\pi\lambda_2''}C_2'')$, *et le passage d'un paramètre à l'autre s'effectue au moyen de la relation* (2).

---

[1] C_1'' et C_2'' ne sont définis qu'à des facteurs constants près : on devra choisir ces facteurs convenablement si l'on veut obtenir, sous la forme (2), la relation de C_2'' à C_1''.

Comment, maintenant, opérerons-nous le passage des paramètres C''_1, C''_2 aux paramètres analogues fournis par les autres singularités de l'équation? Entourons, par exemple, le point β d'un petit cercle γ'; appelons λ'_1, λ'_2 les deux exposants relatifs à ce point, et C'_1, C'_2 les paramètres qui figurent dans les deux développements de Briot et Bouquet convergents sur le contour γ'. *Comment* C'_1 *est-il fonction de* C''_1?

Traçons encore un cercle D de très grand rayon et suivons une branche d'intégrale z le long d'un rayon qui s'éloigne indéfiniment à l'extérieur de D. Nous avons, sur ce rayon, soit

$$3z = 3x^2 - [2(\alpha+\beta)+7]x + 3\theta \qquad (\theta \text{ fini pour } x=\infty),$$

soit

$$3z = -3x^2 - [2(\alpha+\beta)+1]x + 3\tau \qquad (\tau \text{ fini pour } x=\infty).$$

Les fonctions θ et τ de x^{-1} satisfont à des équations de Briot et Bouquet dont l'exposant λ est l'entier 2. En conséquence, θ, par exemple, est représentée sur le contour D par un développement procédant suivant les puissances de x^{-1} et $(C_1 + \eta_1 \log x)x^{-2}$, développement où η_1 est une fonction rationnelle de α, β, tandis que C_1 est un paramètre d'intégration. *Comment ce paramètre* C_1 *est-il fonction de* C''_1 *ou de* C'_1?

Pour répondre à ces questions, j'ai recours à la *méthode de continuité*, méthode qui consiste à faire varier les coefficients d'une équation et à suivre, pendant cette variation, la transformation des intégrales.

Supposons, par exemple, que nous voulions étudier la nature des fonctions $C''_1(C'_1)$, $C_1(C'_1)$. Nous donnerons d'abord à α et β des valeurs pour lesquelles ces fonctions soient aisément connaissables; puis nous ferons varier α et β d'une manière continue jusqu'à telles valeurs qu'il nous plaira de considérer.

Prenons

$$\beta = 2\alpha + 1.$$

Alors l'équation (1) admet, comme solution particulière, le polynome

$$P = (x-\beta)(x-2).$$

Considérons une branche d'intégrale voisine de P : cette branche ne peut être singulière qu'au voisinage immédiat des points β, 2, ∞, c'est-à-dire à l'intérieur de γ' ou de γ'', ou à l'extérieur de D. Et il en sera ainsi, non seulement pour l'équation (1) où

$$\beta = 2\alpha + 1,$$

mais encore *pour les équations* (1) *où* β *est voisin de* $2\alpha + 1$. Plaçons-nous donc tout de suite dans ce dernier cas [1]. Il existe une région du plan où une même intégrale z voisine de P (définie par les conditions initiales $\bar{x}$, $\bar{z}$ stipulées plus haut) est représentée simultanément par les trois développements procédant suivant les puissances de $(x - \beta)$ et $C'_1(x - \beta)^{\lambda'_1}$, de $(x - 2)$ et $C''_1(x - 2)^{\lambda''_1}$, de x^{-1} et $(C_1 + \eta_1 \log x)x^{-2}$. *Ces développements (égalés entre eux) définissent donc les fonctions* $C''_1(C'_1)$ *et* $C_1(C'_1)$ *au voisinage de* $C'_1 = 0$. Le prolongement de ces fonctions dans tout le plan de la variable C'_1 devient alors un problème déterminé.

A supposer que ce problème soit résolu, il ne nous restera plus qu'à faire varier arbitrairement les coefficients α, β à partir de leurs valeurs initiales, puis à répéter sur tous nos paramètres d'intégration ce que nous aurons fait sur C'_1, C''_1 et C_1.

PHYSIQUE. — *Les ondes dirigées en télégraphie sans fil.* Note de M. Albert Turpain.

M. Blondel (*Comptes rendus*, 19 octobre 1908) veut voir comme *unique* inspiration du système des ingénieux savants italiens (MM. Bellini et Tosi) le principe de l'association d'antennes à phases différentes qu'il aurait indiqué en 1903, cinq ans après que j'eus *le premier* mis expérimentalement en évidence l'intérêt qu'il y a à décaler les uns par rapport aux autres deux ou plusieurs systèmes d'ondes.

La parenté qui existe entre les idées de décalage et de différence de phase n'a pas à être signalée à des physiciens.

J'ai indiqué les propriétés des champs interférents à une époque (1898 et 1899) où M. Blondel n'avait pas encore appliqué son très grand talent d'investigation dans le domaine des ondes électriques. Bien que j'aie pris soin de marquer les principes de ces recherches et leurs résultats dans plusieurs Ouvrages (*Recherches expérimentales sur les ondes électriques*, p. 58-74 et 147; Paris, A. Hermann, 1899. — *Les applications pratiques des ondes électriques*, Paris, C. Naud, 1902), M. Blondel semble ne connaître à leur sujet que certains passages, et les moins importants, d'un article de la

---

[1] Pour $\beta = 2\alpha + 1$, on a simultanément $C'_1 = C''_1 = C_1 = 0$. En ce cas, d'ailleurs, $C''_1 \equiv C'_1$.

Revue scientifique. Un champ interférent ne se définit pas expérimentalement en faisant partir deux fils d'une même plaque ou de deux plaques voisines du *même plateau* de l'excitateur, mais bien en empruntant le champ à deux plaques respectivement voisines des *deux plateaux* de l'excitateur et en donnant *à un seul des deux fils une longueur additionnelle de* $\frac{\lambda}{2}$.

L'idée qui me paraît avoir été féconde, si j'en juge par les résultats obtenus par mes successeurs, est d'avoir créé cette différence de marche de $\frac{\lambda}{2}$, d'en avoir étudié les effets, d'avoir *le premier* combiné des ondes présentant des retards correspondant à $\frac{\lambda}{2}$, et cela à une époque (1898) où les phénomènes des oscillations électriques étaient loin d'être aussi familiers aux physiciens qu'à l'heure actuelle.

Ce point n'a pas échappé à M. Ferrié que justement M. Blondel cite (*Comptes rendus*, 19 octobre, p. 673, note 1) et qui justement signale

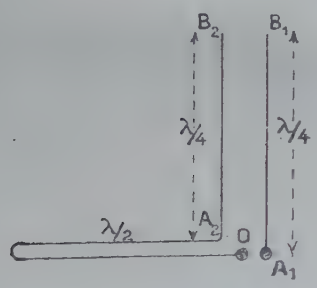


Fig. 1. — Champ interférent de M. Turpain.

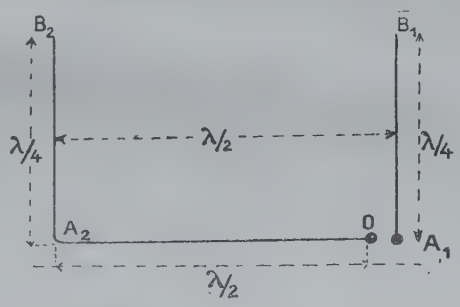


Fig. 2. — Champ de concentration de M. Blondel. (Angers, 1903, *A. F. A. S.*, 2e Partie, p. 375, *fig.* 1.)

(J. Boulanger et G. Ferrié, *La Télégraphie sans fil*, 5e édition; Paris, Berger-Levrault, 1904, Chapitre VI, p. 103, note 1) l'antériorité de mes recherches.

Les deux figures ci-dessus, qui permettent la comparaison du dispositif que j'ai imaginé (*Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 31 mars 1898; *Comptes rendus*, 28 mars 1899) et du dispositif de M. Blondel (*Comptes rendus du Congrès de l'A. F. A. S.*, Angers, 1903, p. 375, 2e Partie) marquent d'une façon nette leurs parentés, le perfectionnement que M. Blondel a apporté à mes dispositifs et légitiment, par suite, notre réclamation de priorité.

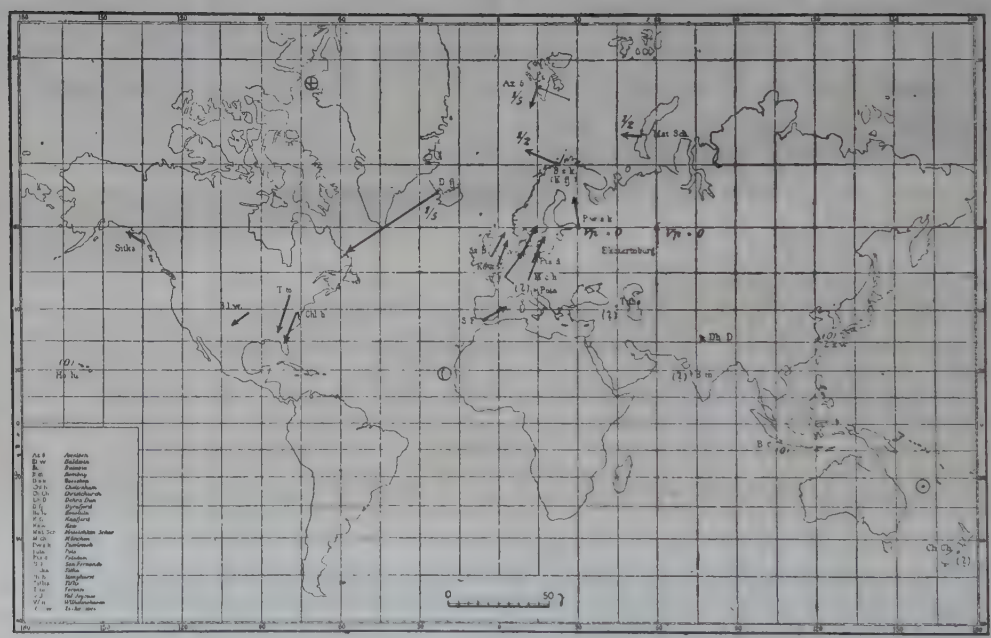
MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Les orages magnétiques polaires et les aurores boréales.* Note (¹) de M. **Kr. Birkeland**, présentée par M. H. Poincaré.

Dans une Note précédente (²) j'ai exposé quelques résultats auxquels je suis arrivé dans le premier Volume de mon Ouvrage *The norvegian Aurora Polaris Expedition,* 1902-1903 (³).

Nous avons vu que le champ horizontal magnétique de perturbation au cours d'un orage polaire élémentaire peut se représenter typiquement par le diagramme 1 de la Note citée.

Par la figure 1 ci-dessous on voit par exemple la direction et l'intensité

Fig. 1.



relative des flèches de courant au cours d'un tel orage négatif. On aperçoit facilement comment cette Carte s'accorde bien avec le diagramme précédent.

(¹) Présentée dans la séance du 28 décembre 1908.

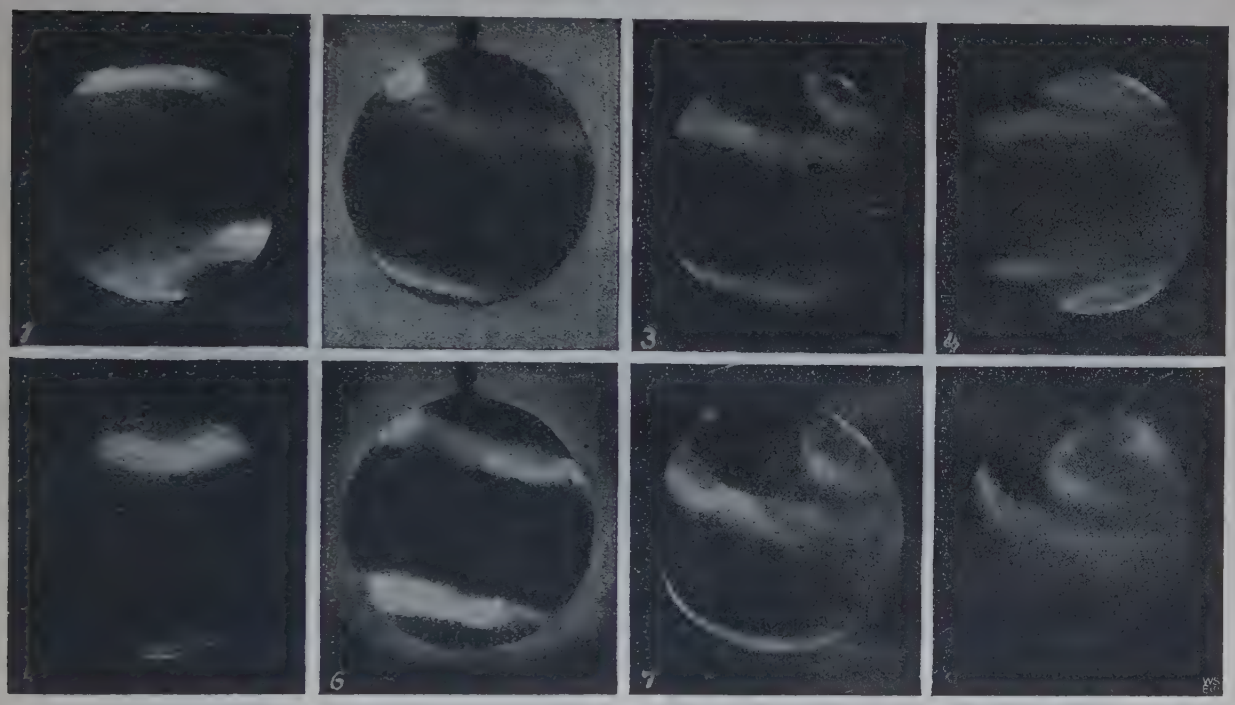
(²) *Comptes rendus,* 21 septembre 1908.

(³) Librairies : C. Klincksieck, Paris; Longmans, Green et Cie, London et New-York; Johann Ambrosius Barth, Leipzig.

C'est par des Cartes pareilles que j'ai, pour un grand nombre d'orages, représenté graphiquement les résultats d'observations pour 161 époques différentes.

Les orages polaires négatifs, élémentaires et complexes, s'expliquent bien en étudiant les expériences représentées figures 4*a* et 4*b* dans ma Note précédente et dans la figure 2 ci-dessous. L'expérience représentée figure 2

Fig. 2.



est à peu près la même, correspondant au solstice d'hiver et à 6^h du matin au pôle magnétique Nord, mais les huit photographies sont toutes prises de points de vue différents.

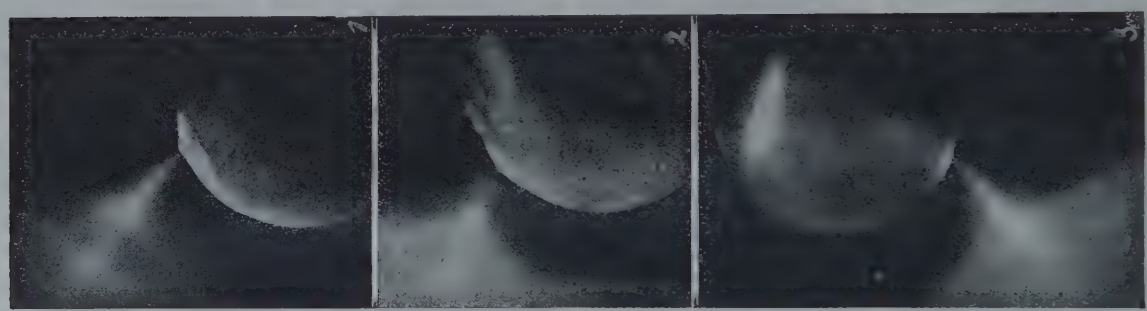
La pression employée dans le tube de décharge était de $0^{mm},02$, excepté dans le cas 7 où elle était de $0^{mm},013$. Le courant parcourant le tube était ordinairement de 8 milliampères avec un voltage de 3300, emprunté à une machine Thury à courant continu, tension jusqu'à 20000 volts. Le courant d'aimantation de la petite sphère (*terrella*) était de 33 ampères. Pour la détermination exacte des huit positions, je renvoie à mon Ouvrage cité, et j'indique seulement ici qu'on voit les précipitations successivement du côté de l'après-midi, de minuit et du matin, la cathode représentant le Soleil.

Comme phénomène principal, nous avons les spirales lumineuses, les

anneaux presque fermés formés autour et à une certaine distance des pôles magnétiques de la petite sphère. Ces spirales varient un peu de position avec la rotation de la sphère et je les considère comme répondant aux ceintures aurorales de la Terre.

Ces rubans continus de lumière rappellent une hypothèse très remarquable et très ingénieuse, émise par A.-E. Nordenskiöld ([1]). Il admet que l'arc ordinaire de l'aurore boréale, tel qu'il l'a vu dans le détroit de Bering, faisait partie d'un anneau circulaire lumineux entourant la Terre et situé dans un plan normal au rayon terrestre aboutissant en un point voisin du pôle magnétique (81° de latitude Nord, 80° de longitude Ouest Greenwich). Il conclut que le plan contenant l'arc auroral, et normal au rayon terrestre, coupe ce rayon à 125^{km} au-dessous de la surface terrestre. Dans ce plan la

Fig. 3.



partie la plus basse de l'anneau d'aurore boréale serait à 200^{km} environ au-dessus de la surface terrestre.

La première grande précipitation est composée de rayons descendant à peu près perpendiculairement sur la sphère, tandis que les précipitations du côté nuit doivent être produites par des rayons plutôt frôlant la sphère de très près (voir *fig.* 5*a*, Note précédente). Des rayons correspondants, frôlant la Terre du côté nuit, seraient généralement producteurs d'orages magnétiques. Un autre phénomène remarquable se voit figure 3, où l'on voit le cône de succion des rayons vers les pôles de la sphère. On aperçoit dans les photographies jusqu'à trois nappes dans ces cônes lumineux. Comparer figure 3 dans la Note de M. Störmer, *Comptes rendus*, 10 septembre 1906.

([1]) A.-E. Nordenskiöld, *Vega-Expeditionens vetenskapliga Iakttagelser*; första Bandet, p. 417. Stockholm, 1882.

L'intensité du courant corpusculaire qui frôle la Terre au côté nuit, dans la ceinture de précipitation, doit être tout à fait formidable. Le plus souvent ce courant passe entre le Spitzberg et la Norvège, de sorte que nous avons pu calculer qu'il emporte de l'énergie correspondant à plus d'un milliard de chevaux, c'est-à-dire 200 fois supérieure à celle que peuvent développer toutes les chutes d'eau de la Norvège réunies, alors même qu'on aurait régularisé de la façon la plus parfaite tous les bassins hydrographiques du pays.

En partant d'une telle précipitation dans les régions polaires de la Terre, on trouvera que, dans les taches solaires, il doit exister une désintégration d'un tel ordre qu'on pourra s'imaginer que la chaleur solaire pourrait bien avoir son origine dans la désintégration de la matière (1).

PHYSIQUE. — *Modifications de la différence de potentiel au contact de deux dissolutions aqueuses d'électrolytes sous l'action du courant continu.* Note de M. **M. Chanoz**, présentée par M. d'Arsonval.

Certaines recherches en cours sur la polarisation électrique des tissus vivants (2) m'ont amené à envisager le problème suivant :

Soit

$$\mathrm{MR}\,|\,\mathrm{M'R'}\,|\,\mathrm{MR}$$
$$[1] \qquad [2]$$

une chaîne liquide symétrique pour les concentrations. Le passage d'un courant continu à travers cette chaîne provoquera-t-il une dissymétrie entre les contacts [1] *et* [2], *se traduisant par quelque phénomène électrique décelable après la suppression du courant?*

L'expérience m'a nettement prouvé dans un grand nombre de cas que, sous certaines conditions, il y avait dans la chaîne liquide ainsi traitée *création d'une force électromotrice* E. Cette force électromotrice E est tantôt opposée au courant utilisé, *comme s'il s'agissait* d'un phénomène de polarisation, tantôt dirigée *dans le même sens* que lui (3).

E se met facilement en évidence quand on observe les conditions sui-

(1) *Voir* Rutherford et Soddy, *Phil. Mag.*, mai 1903.

(2) M. Chanoz, *Comptes rendus*, 9 novembre 1908, p. 846.

(3) Dubois-Reymond avait, en 1856, noté l'existence d'une *polarisation à la limite d'électrolytes différents* à la suite de quelques essais sur un petit nombre de substances.

vantes : 1° la couche de transition *inévitable* entre MR et M′R′ doit être aussi mince que possible ; 2° le courant électrique doit avoir une *densité* suffisante au niveau des contacts [1] et [2]. Si cette double condition n'est pas remplie, on n'obtient que des valeurs faibles pour E.

Une analyse complète du phénomène nécessite l'étude de chacun des contacts [1] et [2] ; il faut pouvoir les comparer à un troisième contact

$$\begin{array}{c} MR \mid M'R' \\ [0] \end{array}$$

non traversé par le courant continu. On devra donc pouvoir mesurer les différences de potentiel

$$V_1 - V_0, \qquad V_2 - V_0,$$

existant entre les MR des contacts [0], [1], [2].

Pour réaliser ces divers desiderata, j'opère actuellement de cette façon :

Technique. — Un tube de verre en T à trois branches égales est étiré identiquement, à chaque extrémité, en pointe légèrement conique. Les trois terminaisons de ce tube sont courbées normalement au plan qui les contient, de telle façon que les ouvertures sont dans un deuxième plan parallèle au précédent. Ce tube, bien nettoyé, est rempli de la solution M′R′ puis disposé convenablement pour que chacune de ses trois extrémités plonge dans un flacon poudrier approprié, plein à déborder du liquide MR.

On a ainsi, à l'extrémité des pointes, les contacts MR | M′R′ appelés [0], [1], [2].

Le courant, d'une densité variant (suivant M′R′) de 2 milliampères à 20 ampères par centimètre carré au niveau des contacts liquides, ayant agi un temps suffisant (quelques minutes), on mesure les différences de potentiel

$$V_1 - V_2, \qquad V_1 - V_0,$$

au moyen d'électrodes impolarisables au calomel plongeant dans les flacons de MR, et réunies en temps opportun à un électromètre capillaire de Lippmann connecté avec le potentiomètre Carpentier. Par différence on calcule $V_2 - V_0$.

Résultats. — Voici, réunis dans le Tableau suivant, quelques-uns de mes résultats.

Solutions		Variation du potentiel de MR en α et β par rapport au potentiel de MR en [0].		Force électromotrice totale mesurée dans la chaîne : $E = V_1 - V_2$ en millivolts.
MR.	M′R′.	$V_1 - V_0$ en millivolts.	$V_2 - V_0$ en millivolts.	
NaCl saturée.....	$KCl \frac{N}{1000}$	+ 4,5	— 18,5	+ 23
»	AzH^4Cl très diluée	+ 6	— 15,5	+ 21,5
»	$HgCl^2$ concentrée	+ 2	— 54	+ 56
»	$MgCl^2 \frac{N}{100}$	— 4,5	+ 20,5	— 25

Solutions MR.	Solutions M'R'.	Variation du potentiel de MR en α et β par rapport au potentiel de MR en [o]. $V_1 - V_0$ en millivolts.	$V_2 - V_0$ en millivolts.	Force électromotrice totale mesurée dans la chaîne : $E = V_1 - V_2$ en millivolts.
NaCl saturée.....	$MnCl^2 \frac{N}{100}$	— 7	+ 20	— 27
»	$HCl \frac{N}{500}$	+48	—140	+188
»	$NaOH \frac{N}{100}$	+49	— 12	+ 61
»	$Na^2SO^4 \frac{N}{100}$	—46	+ 7	— 53
»	$Na^2CO^3 \frac{N}{100}$	—54	+ 6	— 60
»	$SO^4H^2 \frac{N}{100}$	+ 6	— 82	+ 88
»	$SO^4Mg \frac{N}{100}$	—50	+ 32	— 82
»	$SO^4Cu \frac{N}{100}$	—49	+ 27	— 76
HCl, 5N.....	$HCl \frac{N}{5000}$	— 1	+ 6	— 7
»	$NaCl \frac{N}{5000}$	—10	+ 15	— 25
NaOH, 4N.....	$NaOH \frac{N}{1000}$	—21	+ 4	— 25
»	$NaCl \frac{N}{100}$	—40	+ 5	— 45
»	$Na^2SO^4 \frac{N}{100}$	—85	+ 7	— 92
SO^4Na^2 saturée...	$NaCl \frac{N}{10}$	+19	— 7	+ 26
» ...	$SO^4H^2 \frac{N}{100}$	+25	— 47	+ 72
KCl saturée.....	$NaCl \frac{N}{500}$	— 5	+ 20	— 25
»	$HCl \frac{N}{500}$	+30	— 58	+ 88
»	$NaOH \frac{N}{100}$	+40	— 21	+ 61
$MnCl^2$ concentrée.	$NaCl \frac{N}{500}$	+ 6	— 24	+ 30
» .	$HCl \frac{N}{500}$	+76	—180	+256

On suppose dans ce Tableau que la chaîne

$$\alpha MR \underset{[1]}{|} M'R' \underset{[2]}{|} MR\beta,$$

a son côté α réuni au pôle (+) de la source électrique et, par suite, le côté β au pôle (—).

Conclusions. — Mes premiers résultats expérimentaux permettent les déductions suivantes :

1° Le passage d'un courant continu à travers le contact de deux dissolutions *aqueuses* d'électrolytes MR, M'R' est capable de modifier la différence de potentiel entre ces deux liquides.

2° La variation de potentiel produite dépend, pour l'*intensité* et le *signe*, non seulement de la nature des dissolutions MR, M'R', mais aussi du *sens de passage* du courant à travers le contact considéré.

PHYSIQUE. — *Influence de la qualité de l'éclairement sur la reproduction photographique des couleurs.* Note de M. **J. Thovert**, présentée par M. J. Violle.

La simplicité de manipulation des plaques *autochromes* qui fournissent des reproductions très satisfaisantes des colorations, facilitera l'étude de certains problèmes intéressant le mécanisme des sensations colorées et de leur reproduction. Quelques observations faites avec ces plaques, relativement à l'influence de la qualité de l'éclairement, forment l'objet de la présente Note.

On sait que la technique actuelle de la plaque autochrome ne permet d'obtenir une reproduction convenable de la sensation colorée que si les objets sont éclairés par la lumière du jour. L'explication peut être rapportée à la sensibilité particulière de l'émulsion qui exige l'intervention d'un écran *coloré;* le rôle de cet écran consiste à former pour l'action photographique un réseau coloré analyseur dont les teintes sont différentes de celles du réseau servant à composer la sensation colorée. On peut se demander, ayant réalisé une émulsion permettant la photographie sans écran supplémentaire, c'est-à-dire employant comme analyseurs les écrans mêmes qui formeront la couleur résultante, si la reproduction des couleurs au moyen de cette émulsion serait bonne, quelle que soit la qualité de l'éclairement.

L'expérience m'a montré que ce résultat ne peut pas être atteint. J'ai

modifié la sensibilité de l'émulsion des autochromes de façon à n'utiliser pour la photographie qu'un écran d'esculine absorbant les radiations de très courte longueur d'onde jusqu'à $\lambda = 0^{\mu},41$ (¹); la teinte de cet écran était très faible et ne modifiait pas d'une façon sensible les couleurs du réseau de grains de fécule.

Ces plaques fournissent des reproductions satisfaisantes avec l'éclairement du jour, mais donnent des épreuves aussi défectueuses que les plaques ordinaires si les objets sont éclairés par une lumière artificielle (autre que l'arc électrique).

En particulier, les résultats obtenus sous la lumière d'un éclair magnésique marquent un défaut considérable de sensibilité dans le vert. Une modification différente de la sensibilité de l'émulsion permet d'obtenir avec un écran tout à fait incolore (²) des résultats satisfaisants à la lumière magnésique, mais les plaques ne conviennent plus alors aux reproductions sous la lumière du jour.

Ces résultats paraissent donner une certaine force aux considérations suivantes :

La *couleur* considérée comme fonction de trois sensations élémentaires dépend de l'intensité photométrique de chacune de ces sensations mesurée en la rapportant à l'intensité maxima correspondante donnée par la source éclairante adoptée. Ce rapport ne dépend que du système d'écrans réalisant les sensations élémentaires et non pas de la qualité de l'éclairement; une reproduction colorée ayant été réalisée satisfaisante avec un éclairement donné, on pourra la regarder sous un éclairement de nature quelconque et retrouver suffisamment correcte la coloration générale, telle que la fourniraient les objets reproduits, éclairés eux-mêmes par la source lumineuse

---

(¹) Ce résultat s'obtient en immergeant la plaque autochrome pendant 2 minutes dans une solution aqueuse contenant $\frac{1}{30000}$ de pinaverdol plus $\frac{1}{600000}$ de pinacyanol, ou $\frac{1}{50000}$ de pinaverdol plus $\frac{1}{100000}$ de pinachrome. Rincer abondamment et sécher assez rapidement.

La rapidité des plaques ainsi préparées est 5 à 6 fois plus grande que celle de la plaque ordinaire et permet des instantanés en très bonne lumière avec une ouverture d'objectif d'environ $f/6$.

(²) Immerger la plaque ordinaire pendant 2 minutes dans une solution aqueuse contenant $\frac{1}{10000}$ d'érythrosine; rincer *vivement* et sécher.

L'écran d'esculine à employer dans ce cas n'arrêtera les radiations que jusqu'à $\lambda = 0^{\mu},39$.

La rapidité de ces plaques est assez grande pour obtenir les instantanés à l'éclair magnésique dans les conditions ordinaires en doublant seulement les doses de poudre employées.

employée. C'est ainsi que les épreuves autochromes réussies quant à la technique photographique, donnent encore toute satisfaction lorsqu'on les examine à la lumière d'une flamme de pétrole ou d'une lampe à incandescence.

L'action photographique qui intervient dans la reproduction dépend de la valeur relative de l'intensité de chaque sensation élémentaire colorée, puisqu'on règle la durée de pose en raison de l'intensité générale de l'image à reproduire. Mais le rapport du bromure réduit au bromure total qui mesure, après inversion, le coefficient de transmission à travers un écran donné, ne coïncidera avec le rapport mesurant l'intensité relative de la sensation élémentaire correspondante que si, avec la durée de pose adoptée, l'intensité maxima de cette sensation amène juste la réduction totale du bromure. Or, cette condition ne peut être réalisée *simultanément* derrière les trois écrans élémentaires que pour une composition particulière de l'éclairement ou, l'éclairement étant imposé, pour une courbe de sensibilité particulière de l'émulsion. On s'explique ainsi qu'il est impossible de réussir correctement une reproduction de sensations colorées par l'intermédiaire d'une action photographique totale sans régler d'une façon *précise* la courbe de sensibilité de l'émulsion en fonction de l'éclairement employé [1].

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la congélation des mélanges d'eau et d'acides gras solubles.* Note de M. A. **Faucon**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Je me suis proposé d'étendre aux acides gras miscibles en toutes proportions dans l'eau, les expériences faites par Grimaux [2] et De Coppet [3] sur la congélation des mélanges d'eau et d'acide acétique. J'ai construit les courbes représentant les points de cristallisation commençante des différents mélanges et cherché, par l'interprétation des diagrammes, les eutectiques et les hydrates que pouvaient former les acides étudiés.

Acide formique. — L'acide employé, purifié par plusieurs cristallisations fractionnées, fondait à $+8^{\circ},3$.

---

[1] C'est probablement dans cette nécessité qu'il faut voir la cause essentielle de l'accentuation sur les épreuves autochromes des couleurs dominantes dans l'éclairement; on obtient, par exemple, des ombres aussi bleues que le ciel lui-même lorsque ces ombres ne reçoivent que la lumière diffusée par un ciel très pur.

[2] Grimaux, *Bull. Soc. chim.*, 1re série, t. XIX, 1873, p. 393.

[3] De Coppet, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 7e série, t. XVI, 1899, p. 275.

L'étude de la congélation des mélanges d'eau et d'acide formique ne décèle pas d'hydrate. Les courbes représentant les points de congélation offrent quelques irrégularités de l'ordre des erreurs d'expériences, étant donnée la tendance remarquable à la surfusion présentée par de pareils mélanges.

Le graphique est formé de deux courbes représentant, l'une la congélation des mélanges riches en eau, l'autre la congélation des mélanges riches en acide; elles se coupent à un angle vif, en un point d'eutexie.

Le mélange eutectique a pour formule

$$CH^2O^2 + 1,14H^2O$$

et se congèle à — 48°.

Acide acétique. — L'allure du graphique est analogue à celui de l'acide formique.

L'une des courbes, représentant la congélation des mélanges riches en eau, part de 0°; l'autre, représentant la congélation des mélanges riches en acide, part de + 16°,7, point de fusion de l'acide employé; toutes deux se rencontrent en un point d'eutexie de composition

$$C^2H^4O^2 + 2,40H^2O,$$

se congelant à — 27°.

Acide propionique. — L'étude de cet acide offrait un intérêt particulier à cause de sa température de solidification assez basse. Après plusieurs cristallisations l'acide employé se solidifiait à — 19°,6 en paillettes cristallines, brillantes, grisâtres.

Le diagramme ne m'a pas décelé d'hydrate mais simplement un eutectique de composition

$$C^3H^6O^2 + 0,578H^2O,$$

se congelant à — 29°,4. Donc, malgré son point de fusion relativement bas, cet acide forme un eutectique se solidifiant à une température supérieure à l'eutectique de l'acide formique, bien près de la température de l'eutectique de l'acide acétique.

En résumé, l'étude des mélanges d'eau et des acides étudiés ne nous a pas décelé d'hydrate. Le diagramme représentant la congélation des mélanges d'eau et d'acide butyrique semble s'écarter des précédents et nous nous proposons à l'heure actuelle d'approfondir cette étude.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Densité du méthane; poids atomique du carbone.* Note de MM. **Georges Baume** et **F.-Louis Perrot**, présentée par M. G. Lemoine.

I. Parmi les gaz usuels difficilement liquéfiables, le méthane est celui dont la densité est connue avec la plus faible exactitude [1]; nous avons

[1] Les résultats obtenus par les divers expérimentateurs donnent, *comme poids du litre normal,* des nombres variant entre 0g,716 et 0g,720 (Cf. Thomson, *Gmel. Handb.;* Th. Schloesing fils, *Comptes rendus,* t. CXXII, 1896, p. 398; Moissan et Chavanne, *Ibid.,* t. CXL, 1905, p. 407).

cherché à combler cette lacune, car le méthane permet, avec l'oxyde de méthyle et le chlorure de méthyle, déjà étudiés par l'un de nous [1], de rapporter les trois poids atomiques de l'hydrogène, du carbone et du chlore à celui de l'oxygène, base du système actuellement adopté.

II. Comme dans la plupart des recherches de ce genre [2], nous avons employé la méthode *du ballon,* en apportant aux mesures les corrections jugées nécessaires au cours des travaux modernes (contraction des ballons par le vide, réduction des pesées au vide, etc.).

Le gaz, préparé par l'action de l'eau sur l'iodure de méthylmagnésium, a été lavé à l'eau, à la potasse, à l'acide sulfurique et séché sur une colonne d'anhydride phosphorique; nous avons achevé de le purifier par liquéfaction et distillations fractionnées sous pression réduite. Il faut, dans cette dernière opération, éliminer toute trace d'air, que le méthane liquide dissout d'une façon appréciable, ainsi que nous avons pu le constater, soit par des expériences directes, soit par des mesures de densités. Cette solubilité étant beaucoup plus faible dans le méthane solide, il en résulte, au moment de la solidification, un *rochage* décelé par les manomètres de l'appareil, entièrement construit en verre soudé. On peut alors, en combinant les rochages et les distillations, obtenir assez rapidement du méthane pur, dont nous avons pris la densité.

III. Lors d'une mesure, le gaz, conservé à l'état liquide dans l'ampoule C, remplit à la fois trois ballons β_1, β_2, β_3, de volumes différents ($0^l,31759$, $0^l,52766$, $0^l,81763$), à 0° et à une pression voisine de 760^{mm} de mercure (mesurée par le manomètre T) pour éviter les corrections de compressibilité.

Comme dans nos expériences antérieures [3], nous avons remplacé la pesée des ballons vides par leur pesée avec une petite quantité de gaz sous faible pression (1^{mm} à 2^{mm}) indiquée par un vacuummètre V donnant $\frac{1}{50}$ de millimètre; d'où, par une correction très simple, le poids des ballons vides.

Voici nos résultats définitifs, l'unité étant le *poids du litre normal* (0°, 760^{mm}, au niveau de la mer et à la latitude de 45°) :

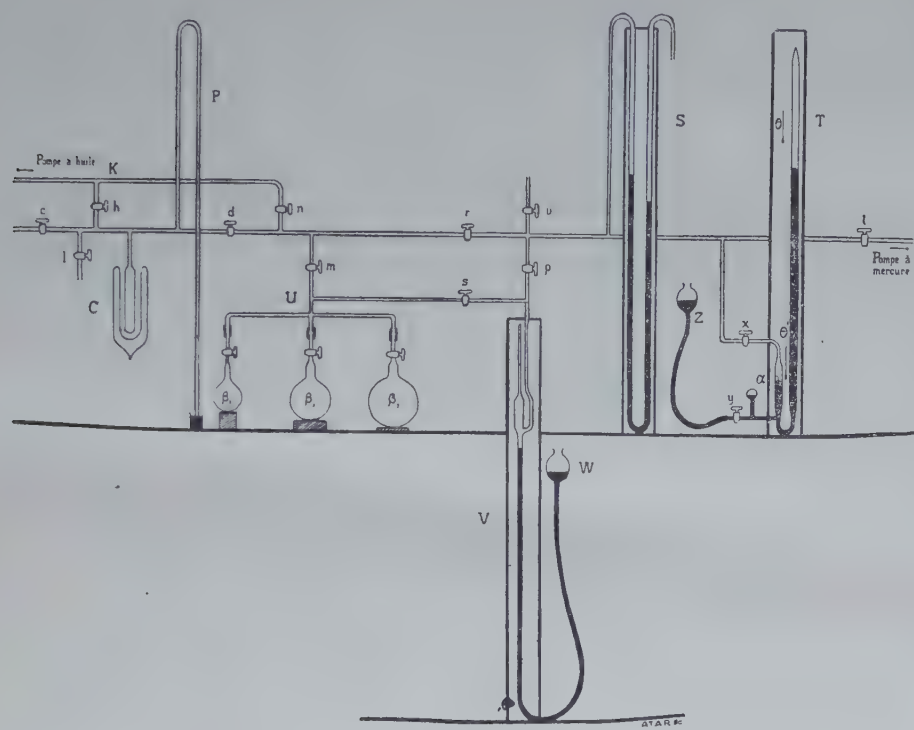
Ballon β_1	$0^g,71690$	$0^g,71669$	$0^g,71636$	$0^g,71672$
Ballon β_2	0,71657	0,71751	»	0,71678
Ballon β_3	0,71633	»	»	0,71725

(1) G. Baume, *Journ. de Chim. physique,* t. VI, 1908, p. 1.

(2) Cf. Ph.-A. Guye, *Journ. de Chim. physique,* t. I, 1907, p. 203, et *Mémoires de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève,* Vol. XXXV, fasc. 4, 1908, p. 531.

(3) G. Baume, *loc. cit.;* G. Baume et F.-L. Perrot, *Journ. de Chim. phys.,* t. VI, 1908, p. 610. — Toutes nos pesées ont été effectuées par la méthode des oscillations (avec contrepoids).

La moyenne de ces neuf déterminations ($L = 0,7168$) est inférieure de $\frac{1}{2000}$ à la valeur réduite des expériences de Moissan et Chavanne; elle concorde *exactement* avec la densité du méthane calculée en 1898 par A. Leduc dans son Mémoire classique sur la *loi des volumes moléculaires* (¹).



IV. Nous avons appliqué au résultat de nos mesures les méthodes actuellement en usage pour la détermination physico-chimique du poids moléculaire M des gaz; d'où les valeurs suivantes pour le poids atomique C du carbone (²).

Volumes moléculaires (A. Leduc).....	$M = 16,035$	$C = 12,004$
Densités-limites (D. Berthelot).....	$M = 16,036$	$C = 12,005$
Réduction des éléments critiques (Ph.-A. Guye)..	$M = 16,034$	$C = 12,003$

(¹) A. Leduc, *Recherches sur les gaz* (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 7e s., t. XV, 1898, p. 94).

(²) Nous avons adopté les constantes critiques déterminées par Olszewski (*Comptes rendus*, t. C, 1885, p. 490 : $T_c = 191°,2$ abs.; $p_c = 54^{atm},9$. Nous avons admis la valeur $H = 1,0077$, moyenne des expériences de Morley et de W.-A. Noyes (*Journal amer. chim. Soc.*, t. XXIX, 1907, p. 1738).

La moyenne de ces trois nombres ($C = 12,004$) présente un accord satisfaisant avec l'ensemble des déterminations chimiques et physico-chimiques effectuées jusqu'à ce jour, dont les résultats viennent se grouper autour de la valeur $C = 12,002$ (1).

V. Rappelons, en terminant, que le méthane se solidifie facilement dans l'air liquide. Il fond (2) à $-184°$ en un liquide incolore, mobile, dont nous avons pris la densité : celle-ci varie de 0,477 à 0,466 (environ), entre le point de fusion du méthane et sa température d'ébullition sous pression normale ($-164°$).

Ces résultats sont supérieurs au triple de la densité critique du méthane ($d_c = 0,145$), calculée par M. Mathias au moyen de la *loi du diamètre rectiligne;* le *volume minimum* du méthane est donc inférieur au tiers de son volume critique, contrairement aux indications de l'équation de Van der Waals.

MM. Mathias et D. Berthelot ont d'ailleurs montré la généralité de ce fait, au cours de leurs beaux travaux sur les propriétés physico-chimiques des fluides (3).

CHIMIE. — *A propos du poids atomique de l'argent.* Note de M. **A. Leduc**, présentée par M. D. Gernez.

I. Suivant M. Dubreuil (4) j'ai donné pour la densité de l'hydrogène

$$0,06948 \pm 0,00006745.$$

Il me paraît avoir été induit en erreur par M. Clarke, qui a tiré de mes expériences cette conclusion erronée dont je ne suis pas responsable.

Ayant discuté mes expériences en faisant appel aux considérations ordinaires, j'ai donné pour cette densité

$$0,06948 \pm 0,00001,$$

ce qui est tout différent.

Du calcul de M. Clarke il résulte que l'erreur de mes pesées pouvait atteindre 2^{mg}.

(1) Cf. Ph.-A. Guye, *Journal de Chimie physique,* t. IV, 1906, p. 179.

(2) Moissan et Chavanne, *loc. cit.;* Olszewski, *loc. cit.*

(3) Cf. D. Berthelot, *Comptes rendus,* t. CXXX, 1900, p. 713; E. Mathias, *Le point critique des corps purs,* Paris, 1904, *passim.*

(4) *Comptes rendus,* t. CXLVII, p. 1301.

Ceux qui connaissent mes expériences savent que cette limite est dix fois trop élevée.

II. Plus loin, M. Dubreuil reconnaît que les deux dernières décimales au moins des nombres qu'il utilise n'ont rien à voir avec l'expérience (on pourrait donc les remplacer par d'autres arbitrairement choisies); mais il déclare que ces décimales lui sont indispensables, car, si on les supprimait, bon nombre de coefficients de ses équations deviendraient nuls.

Ce détail me semble condamner la méthode; car il n'y a guère de rapports analytiques qui soient déterminés *expérimentalement* avec les cinq ou six décimales nécessaires.

III. Dans une Note insérée à la suite de celle de M. Dubreuil, M. Hinrichs (1) accueille les résultats de ce dernier et déclare qu'en raison de certaines *harmonies* il revient fermement au nombre entier ($Ag = 108$), bien qu'il soit en contradiction avec les expériences de Stas et de Richards.

Il convient de rappeler que, pour la même raison esthétique, Dumas tint à prendre $O = 16$ pour $H = 1$, tandis que ses expériences donnaient 15,96 (voir Stas).

J'ai montré qu'il fallait descendre au contraire à 15,88, nombre confirmé depuis ($H = 1,0076$ pour $O = 16$).

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les siliciures d'hydrogène.*
Note de M. **P. Lebeau**, présentée par M. Le Chatelier.

Dans le cours de recherches sur la formation des siliciures alcalins, nous avons été conduit à préparer de l'hydrogène silicié SiH^4 pur.

On sait, depuis les recherches de H. Moissan et M. S. Smiles (2), que l'hydrogène silicié SiH^4 résultant de l'action de l'acide chlorhydrique sur le siliciure de magnésium est accompagné d'un siliciure liquide qui lui communique la propriété d'être spontanément inflammable. On peut, en fractionnant le mélange, obtenir le composé SiH^4 parfaitement pur.

Dans ce but, nous avons traité une grande quantité de siliciure de magnésium par l'acide chlorhydrique, et nous avons condensé dans l'air liquide les hydrures de silicium formés. En laissant reprendre aux produits solidifiés la température ordinaire,

(1) *Comptes rendus*, t. CXLVII, p. 1303.

(2) H. Moissan et S. Smiles, *Annales de Chimie et de Physique*, 7e série, t. XXVII, 1902, p. 5.

nous avons recueilli 5^l de gaz exempts d'hydrogène, ce qui correspond environ à 100^l du mélange gazeux produit dans l'attaque du siliciure de magnésium.

Il restait dans l'appareil un liquide incolore, que nous avons cru tout d'abord être le siliciure d'hydrogène liquide Si^2H^6.

Les produits gazeux ont été de nouveau refroidis dans l'air liquide, et soumis à un fractionnement lent. Les premiers flacons recueillis contenaient de l'hydrogène silicié SiH^4 pur, non spontanément inflammable, alors que les derniers, au contraire, renfermaient un gaz détonant violemment au contact de l'air. Un nouveau fractionnement de ces dernières parties nous a donné un gaz et une petite quantité d'un liquide incolore.

L'action de la potasse sur ce gaz nous a fourni un volume d'hydrogène différant notablement de celui qu'aurait dû donner l'hydrure SiH^4. Ce volume concordait au contraire avec celui exigé par la formule, en admettant pour cette décomposition l'équation suivante :

$$Si^2H^6 + 4NaOH + 2H^2O = 2SiO^3Na^2 + 7H^2.$$

Un examen plus approfondi de ce gaz nous a permis de le considérer comme du silicoéthane pur, Si^2H^6. Sa densité a été trouvée égale à 2,18, ce qui correspond exactement à la densité théorique.

Le produit décrit par H. Moissan et S. Smiles comme étant le même siliciure avait une densité de vapeur de 2,37. Il apparaît comme certain que ce produit devait être souillé d'un autre hydrure liquide, dans lequel il était très soluble et avec lequel il pouvait fournir un mélange bouillant vers 52°. Le point d'ébullition du silicoéthane est, d'après nos déterminations, très voisin de —7°.

Le produit liquide constituant le résidu de nos deux fractionnements est peu abondant. Il est excessivement difficile à manier en raison de son inflammabilité spontanée à l'air. Son point d'ébullition est supérieur à 60°. Nous avons tout d'abord reconnu qualitativement que c'était un siliciure d'hydrogène, et nous avons pu en recueillir dans une ampoule une quantité suffisante pour tenter une analyse. Malheureusement nous avons eu quelques pertes d'hydrogène dans le cours de nos manipulations. Nous pouvons, cependant, affirmer que ce composé n'est pas un silico-acétylène Si^2H^2, mais très vraisemblablement le silico-éthylène Si^2H^4. C'est à cet hydrure non saturé, qui, au contact de l'oxygène, brûle avec une flamme très éclairante et en donnant lieu à de violentes explosions, que les deux hydrures gazeux doivent leur inflammabilité.

Bien que nous n'ayons pu obtenir jusqu'ici le composé Si^2H^6 non inflammable à l'air, les différents échantillons observés présentèrent des différences sensibles dans

leur mode de combustion, ce qui concorderait avec la présence de quantités variables d'impuretés inflammables.

Nous devons ajouter que, dans notre appareil de condensation, se trouvait en outre une petite quantité d'une matière solide très altérable, brunissant à l'air en donnant du silicium.

L'ensemble de ces premières recherches montre que les composés du silicium sont beaucoup plus nombreux qu'on ne le supposait jusqu'ici. Aux deux hydrures gazeux SiH^4 et Si^2H^6, il convient d'ajouter un hydrure liquide et vraisemblablement un composé solide se rapprochant peut-être de l'hydrure dont M. Ogier [1] a observé la formation dans l'action de l'effluve sur l'hydrogène silicié.

Nous poursuivons l'étude de ces combinaisons hydrogénées du silicium.

MINÉRALOGIE. — *Sur un cas d'isodimorphisme.*
Note de M. **H. Marais**, présentée par M. Fred. Wallerant.

Le chlorhydrate et le bromhydrate d'éthylamine sont tous deux monocliniques à la température ordinaire. A 80° le chlorhydrate se transforme en une modification uniaxe qui fond à 108° (forme C). De même, le bromhydrate se transforme à 83° en une forme uniaxe qui fond à 146° (forme A). En outre, le bromhydrate présente une forme instable, également uniaxe, qui apparaît dans la phase liquide surfondue et se transforme presque aussitôt et brusquement en la forme A. En observant au microscope des fragments suffisamment petits, il a été cependant possible de la chauffer sans qu'elle se transformât et de la faire fondre à 118° (forme B).

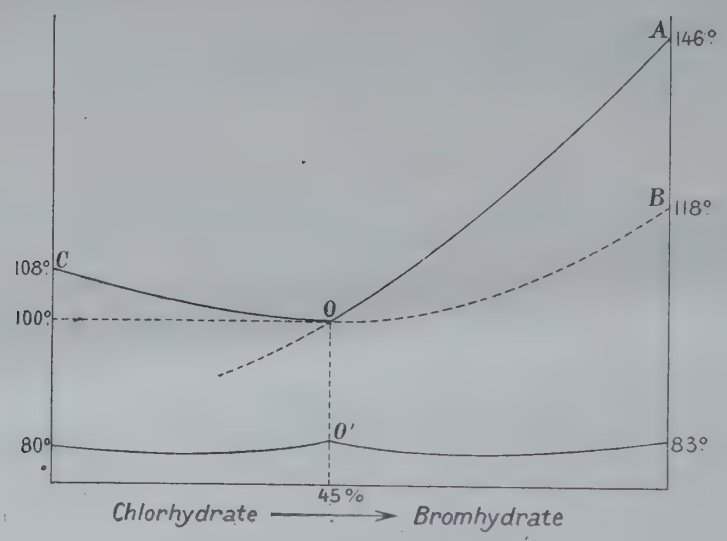
L'étude des mélanges des deux corps a été faite par la méthode microscopique, au moyen du microscope chauffant de M. Wyrouboff. Il résulte de cette étude que, pour toutes les concentrations, les formes monocliniques se mélangent parfaitement. La température de transformation de la forme monoclinique reste comprise entre 80° et 83°.

Les formes uniaxes ne se comportent pas aussi simplement. Entre 0 et 40 pour 100 de bromhydrate, on n'observe pas de forme instable. La forme C se produit seule et sa température de solidification baisse régulièrement. Si l'on étudie d'autre part les mélanges compris entre 100 pour 100 et 50 pour 100 de bromhydrate, on constate que les courbes A et B

[1] Ogier, *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. XX, 1880, p. 5.

s'abaissent toutes deux, la courbe A beaucoup plus rapidement que la courbe B. En même temps, l'instabilité de B diminue. Tandis qu'aux environs de 80 pour 100 la transformation B → A se produit encore spontanément, il faut, pour des concentrations plus faibles, la provoquer en comprimant ou en secouant la préparation.

Entre 40 et 50 pour 100, la méthode employée ne donnait que des résultats ambigus. Les mélanges présentent bien deux formes, l'une stable et l'autre instable. Mais comme les formes A et B n'offrent, dans les conditions où elles ont été observées, d'autre caractère distinctif que la position de leur point de solidification, et comme ce



criterium est inutilisable dès que les courbes de solidification sont rapprochées, on ne pouvait savoir si les formes A et B restaient l'une stable, l'autre instable, la courbe A se raccordant à la courbe C, ou si A devenait instable et B stable : dans ce cas la courbe C se rattacherait à la courbe B et la courbe A viendrait couper la courbe BC, puisque le point de fusion d'une forme instable est toujours inférieur à celui d'une forme stable.

Pour résoudre la question, l'expérience suivante a été faite :

On met sur une lame de verre, à côté l'une de l'autre, une goutte de chlorhydrate pur en fusion et une goutte de mélange à 55 pour 100 de bromhydrate. La température de solidification de la forme B, qui est sûrement la forme instable, est, dans ce mélange, notablement inférieure à celle du chlorhydrate pur. On recouvre avec une lamelle; les deux gouttes fusionnent partiellement. La préparation présente ainsi deux régions (1 et 2) contenant l'une du chlorhydrate pur, l'autre le mélange, et séparées par une zone étroite de composition intermédiaire. On observe au microscope. Au-dessous

de 108°, la cristallisation de C commence dans la région 1, s'avance lentement dans la zone mixte, gagne sans arrêt la région 2 qui était restée surfondue, et y amorce la cristallisation, les mêmes cristaux se prolongeant d'un bout à l'autre de la préparation. Si l'on touche à ce moment la préparation avec une aiguille, il se produit dans 2 une transformation brusque qui s'arrête suivant une ligne de démarcation très nette, située dans la zone mixte. La forme amorcée en 2 par les cristaux de C n'était donc autre que la forme instable B. Il résulte de cette expérience que, des deux alternatives proposées, c'est la seconde qui est réalisée. La forme C du chlorhydrate correspond à la forme B du bromhydrate, et la courbe C se relie à la courbe B.

Pour déterminer la concentration correspondant au point O, intersection de la courbe A et de la courbe BC, la même expérience a été répétée, en remplaçant le chlorhydrate pur par des mélanges contenant des proportions variables de bromhydrate. Pour le mélange à 45 pour 100, la forme A s'arrête encore à la région mixte; pour le mélange à 46 pour 100, elle se produit aussi dans la région 1. Le point O se trouve donc aux environs de 45 pour 100; il correspond à la température de 100°.

Il n'a pas été possible de suivre la forme A pour les concentrations moindres que 35 pour 100 de bromhydrate. Il est néanmoins vraisemblable que A existe même dans le chlorhydrate pur; mais on ne peut surfondre suffisamment ce corps pour l'obtenir.

En résumé, les formes stables à température ordinaire du chlorhydrate et du bromhydrate d'éthylamine sont parfaitement isomorphes. Les formes réalisables à température plus élevée sont isodimorphes, la forme stable de l'un des corps étant isomorphe de la forme instable de l'autre. De plus, à mesure qu'on se rapproche du point O, les formes instables tendent à acquérir une stabilité relative.

ZOOLOGIE. — *Sur la régénération hypotypique des chélipèdes chez* Atya serrata *Sp. Bate.* Note de M. **Edmond Bordage**, présentée par M. Bouvier.

Dans une précédente Communication [1], j'ai indiqué la façon dont j'avais procédé pour établir que le Crustacé décapode auquel Spence Bate a donné le nom d'*Atya serrata* est une forme provenant par mutation évolutive d'*Ortmannia Alluaudi* Bouv.

---

[1] *Recherches expérimentales sur les mutations évolutives chez certains Crustacés de la famille des Atyidés* (*Comptes rendus*, 21 décembre 1908).

Après avoir ainsi employé la démonstration directe, je songeai à la possibilité d'une élégante démonstration par voie inverse, basée sur les observations qui, lors de mes recherches sur la régénération chez les Orthoptères pentamères (Phasmides, Blattides et Mantides), avaient fait naître en moi la conviction que la partie régénérée doit, dans certains cas, se présenter sous une forme *ancestrale* existant souvent encore chez des espèces voisines de celles qu'on étudie. En d'autres termes, l'appendice reproduit correspondrait quelquefois non pas à l'état d'équilibre stable réalisé dans l'espèce considérée, mais à un état d'équilibre précédent [généralement au maximum de stabilité immédiatement antérieur à celui de l'époque actuelle (¹)].

Je me trouvais donc en présence d'une précieuse occasion de vérifier expérimentalement l'exactitude de cette hypothèse et de constater si la régénération des chélipèdes d'*Atya serrata* donnait des chélipèdes présentant la forme *ortmannienne*, c'est-à-dire la forme ancestrale (*régénération hypotypique*, Giard).

Ayant capturé quelques *Atya serrata*, je pratiquai sur elles l'amputation des chélipèdes, d'un seul côté du corps, en conservant comme témoins, comme termes de comparaison, ceux du côté opposé. Ces Crustacés furent ensuite gardés en captivité dans une petite cage de toile métallique immergée dans le bassin qui avait servi aux précédentes expériences. La faculté régénératrice étant très marquée chez les Atyidés, moins de quinze jours après j'observais sur ces spécimens mutilés la présence de petits membres régénérés. Ma satisfaction fut grande lorsque, comparant ces nouveaux appendices à ceux qui étaient demeurés en place, je constatai qu'ils n'étaient point construits sur le même type, mais sur le *type ortmannien*. Au lieu de se terminer par une pince fendue jusqu'à la base et formée par deux doigts d'égale longueur, ils présentaient un propodite et un dactylopodite de dimensions inégales, d'où il résultait une pince munie d'une région palmaire bien nette.

En examinant à des époques régulièrement espacées les progrès dans la croissance de ces membres en voie de régénération, je vis que la différence de grandeur entre le propodite et le dactylopodite tendait à s'atténuer peu à peu. Mais elle subsistait cependant plus ou moins jusqu'au moment de la première mue venant après la mutilation. C'est seulement aux approches de cette mue qu'il s'opérait, sous le tégument, un *remodelage* de la pince; de sorte que celle-ci, après exuviation, apparaissait définitivement construite sur le *type atyen*.

D'après ce qui précède, il est permis de dire que l'ablation des chélipèdes chez *Atya serrata* provoque une sorte de mutation régressive, partielle et transitoire, qui n'est autre chose qu'une régénération hypotypique (²).

(¹) Cf. Giard, *Comptes rendus hebd. Soc. Biologie*, 27 mars 1897, p. 316-317.

(²) Il va sans dire que toutes les hétéromorphoses ne sauraient être considérées

On ne saurait donc douter de l'existence de cette forme de régénération, après l'expérience dont il vient d'être question. Pour ma part, je suis maintenant plus que jamais porté à croire que la tétramérie du tarse des membres régénérés chez les Orthoptères normalement pentamères correspond au retour d'une disposition *ancestrale*, et non pas, comme le croyaient Bateson et Brindley, à l'apparition d'une structure nouvelle semblant indiquer qu'une espèce est en voie de formation, pas plus qu'à une manifestation de l'impuissance de la régénération à reproduire de façon parfaite la partie manquante ou de sa tendance à la simplification et à l'économie (¹).

Il est intéressant de noter que, dans certains cas, la régénération hypotypique donne un appendice qui persistera avec sa forme ancestrale tant que vivra l'animal (cas des membres régénérés avec un tarse tétramère chez les Orthoptères pentamères); tandis que, dans d'autres cas, l'appendice régénéré perdra, après une ou plusieurs mues, son caractère ataviquè, et fera place à un appendice entièrement semblable à celui qui fut détaché du

---

comme des régénérations hypotypiques. La substitution d'un organe antenniforme à un œil chez certains Crustacés décapodes, par exemple, ne représente pas le retour d'une disposition ancestrale. On doit d'ailleurs ajouter que beaucoup de ces hétéromorphoses sont actuellement explicables par l'action du système nerveux (c'est ainsi que l'organe antenniforme vient remplacer l'œil quand il y a eu ablation du ganglion optique), ou par l'action modifiée de la pesanteur (expériences de Lœb sur les Hydraires), ou, enfin, par l'action d'autres causes (phénomènes de corrélation, de régulation, d'hypertrophie compensatrice, etc.).

(¹) Dans mon travail intitulé : *Recherches anatomiques et biologiques sur l'autotomie et la régénération chez divers Arthropodes* (p. 363-364), j'ai fait connaître un certain nombre de résultats expérimentaux qui infirment l'hypothèse de l'impuissance relative de la régénération ou de sa tendance constante à la simplification et à l'économie. J'ai notamment cité plusieurs exemples où la partie régénérée, tout en présentant un caractère nettement atavique, est toutefois plus développée, plus compliquée ou plus riche en articles que la partie qu'elle remplace. Il n'est pas superflu d'insister sur ce dernier point, car plusieurs auteurs, en Allemagne surtout, donnent quelquefois à l'expression *régénération hypotypique* un sens tout autre que celui que lui attribuait Giard lorsqu'il l'employa pour désigner toute régénération à caractère ancestral sans s'occuper si les dimensions de la partie régénérée étaient inférieures ou supérieures à celles de la partie qu'elle remplaçait. Les auteurs auxquels je viens de faire allusion semblent n'avoir point compris le sens que Giard entendait donner au terme qu'il choisissait, puisqu'ils emploient ce terme pour désigner tout simplement une régénération produisant une partie toujours plus petite ou moins compliquée que la partie remplacée, une partie à laquelle ils refusent, pour la plupart, tout caractère atavique.

corps (cas des chélipèdes régénérés chez *Atya serrata*). Remarquons, d'ailleurs, qu'il existe, entre ces deux cas extrêmes, le cas particulier offert par un Orthoptère pentamère, le Bacille de Rossi (*Bacillus Rossii*). Chez ce Phasmide, les membres régénérés présentent, conformément à la règle, un tarse tétramère. Or, chez un spécimen de cette espèce, Godelmann a pu constater qu'un membre régénéré avec un tarse d'abord tétramère avait subi ensuite, sans mutilation aucune, un *remodelage* après lequel il était apparu avec un tarse pentamère lors de la mue suivante.

PARASITOLOGIE. — *Lèpre et Démodex.*
Note de M. **A. Borrel**, présentée par M. Roux.

Les Démodex, un peu trop oubliés peut-être, sont des parasites très fréquents chez l'homme et la femme, surtout à un âge avancé; 50 pour 100 environ des humains sont parasités en des lieux d'élection : nez, oreille, face, mamelon.

Dans les cancers de la face au début (15 cas examinés), j'ai toujours trouvé des Démodex en grand nombre; j'ai constaté 5 fois sur 6 leur présence dans le mamelon de seins cancéreux.

Des parasites très voisins provoquent des galles et des tumeurs chez les végétaux. Mais actuellement, pour les cancers des animaux comme pour les tumeurs des plantes, nous ne pouvons fixer exactement le rôle de l'Acarien.

Est-il à lui tout seul capable de provoquer la formation des tumeurs? Est-il l'agent d'inoculation d'un virus encore inconnu?

Nous ne pouvons faire que des hypothèses, mais il est une autre maladie humaine, la lèpre, avec laquelle nous pouvons être plus affirmatifs.

Pour la lèpre comme pour le cancer, on a jadis invoqué l'hérédité; il y a des familles lépreuses comme il y a des maisons à cancer; c'est à la face, au nez surtout, que se développent les lésions initiales.

L'étude microscopique des lépromes de la face ou du nez pourra peut-être nous donner la vraie explication étiologique. Pour cette étude, il est indispensable d'avoir des lésions en pleine activité et nous devons remercier le Dr Brault, d'Alger, qui nous a fourni un matériel très favorable [1].

---

[1] Des fragments prélevés à l'hôpital Saint-Louis chez des lépreux trop bien soignés dans le service de M. de Beurmann n'ont montré que de rares bacilles. Nous sommes heureux de remercier aussi notre aimable confrère.

Le léprome du nez est une tumeur constituée par une accumulation de cellules lépreuses, bourrées de bacilles, situées immédiatement au-dessous de la couche malpighienne; les nodules lépreux entourent les follicules et les glandes sébacées; ils contiennent des milliards de microbes. Les cavités des follicules et les orifices glandulaires sont extraordinairement dilatés et surtout infestés de bacilles lépreux parce que certaines glandes dans la profondeur sont comme effondrées. Or follicules pileux et glandes sébacées, chez le lépreux comme chez l'homme sain, contiennent de nombreux Démodex, et les Acariens sont couverts de bacilles visibles au microscope. Ces Démodex prennent, avec le sébum, des bacilles lépreux; ils peuvent, en émigrant d'un nez lépreux à un nez sain, réaliser la contamination des glandes sébacées nouvellement envahies.

L'examen de ces préparations suggère l'idée que la contagion de la lèpre serait la contamination par des Démodex lépreux.

Dans la vie courante, rien n'est plus évident que la contamination réciproque des membres d'une même famille par les Démodex : il est non moins certain qu'un ensemble de conditions favorables doivent être réalisées et, pour cela, la contagion demande une cohabitation prolongée, elle n'est pas fatale. Le milieu familial réalise au mieux ces conditions.

La démonstration expérimentale reste à faire; elle ne sera pas facile à tenter, puisque seule l'expérimentation sur l'homme pourrait donner des résultats.

Mais une démonstration indirecte pourrait en être donnée si, dans les pays à lèpre, il était entrepris de détruire, chez les lépreux et chez les personnes exposées à la contagion, l'agent supposé de l'inoculation : le Démodex.

La toilette des régions du corps infectées, celle de la face surtout, par le savon noir, ou le xylol, ou le pétrole, donnerait peut-être d'excellents résultats. Une telle prophylaxie qui paraît rationnelle n'offre aucun inconvénient.

A l'occasion de la présentation faite par M. Roux au nom de M. Borrel, M. **Bouchard** dit qu'il a eu l'occasion de constater à diverses reprises la présence de *Demodex* dans les petites croûtes de la blépharite ciliaire des enfants qu'il a eu l'occasion de constater au cours d'observations qu'il a faites en 1859, alors qu'il était interne à l'hospice de l'Antiquaille de Lyon. Il pense que ces parasites, placés à l'orifice des follicules pileux, pouvaient favoriser l'infection, par les microbes pyogènes, de ces follicules ou des glandes de Meibomius.

EMBRYOGÉNIE. — *Sur la segmentation parthénogénésique de l'œuf des Oiseaux.* Note de M. **A. Lécaillon**, présentée par M. Henneguy.

Dans la cicatricule de l'œuf non fécondé des Oiseaux, il apparaît des « segments » spéciaux qui ont été étudiés par plusieurs embryogénistes. Mais, tandis que les uns (Œllacher, Motta-Maïa et M. Duval) attribuèrent à ces segments la valeur de vraies cellules, les autres (Barfurth en particulier) les regardèrent comme des corps produits uniquement par des causes d'ordre physico-chimique et caractéristiques de la dégénérescence de la cicatricule. Ce désaccord est dû à ce qu'aucun de ces auteurs n'avait réellement prouvé la nature cellulaire des segments dont il est ici question.

Dans deux Notes récentes, j'ai montré que dans les œufs non fécondés de la Poule, fixés immédiatement après la ponte, on trouve encore, dans la cicatricule, des segments contenant des *noyaux normaux*, parfois en voie de *division karyokinétique*. Toutefois, dans certains segments, les noyaux sont déjà *tout à fait dégénérés ou en voie de dégénérescence*. En outre, examinée en surface, la cicatricule se montre vacuolée dans toute sa périphérie. Les vacuoles se développent de plus en plus, confluent partiellement les unes avec les autres, et bientôt la cicatricule est formée d'une *tache blanche*, plus ou moins centrale, qui correspond à la partie segmentée, et d'un réseau périphérique que j'ai appelé *réseau de Prévost et Dumas*.

Ce réseau est tout à fait caractéristique des cicatricules d'œufs non fécondés. On ne l'observe jamais dans les œufs fécondés ([1]).

Depuis la publication de ces deux Notes, j'ai fait de nombreuses observations sur d'autres œufs de Poule. J'ai pu constater que les phénomènes fondamentaux que je viens de rappeler se retrouvent dans tous les cas. En particulier, la présence, dans les segments, de noyaux subissant la division par mitose, se constate dans presque tous les œufs fixés aussitôt après la ponte. Voici, pour l'ensemble des phénomènes qui se produisent dans la cicatricule des œufs non fécondés, les principales conclusions auxquelles je crois pouvoir m'arrêter actuellement :

1° Il se produit, dans la cicatricule des œufs non fécondés de la Poule, une véri-

---

([1]) Voir : 1° *Sur les modifications qui peuvent se produire dans la structure de la cicatricule de l'œuf non fécondé des Oiseaux* (*Comptes rendus des séances de la Soc. de Biol.*, n° 14, 1908); 2° *Sur les changements qui se produisent, après la ponte, dans l'aspect extérieur de la cicatricule de l'œuf non fécondé de la Poule* (*Comptes rendus des séances de la Soc. de Biol.*, n° 21, 1908).

table segmentation parthénogénésique. Les cellules de segmentation se multiplient par mitose.

2° Cette segmentation diffère beaucoup de celle des œufs fécondés. Elle se fait beaucoup plus lentement que celle-ci.

Après la segmentation, l'aspect extérieur, tout aussi bien que la structure histologique de la cicatricule, sont très différents de ce qu'ils sont dans les œufs fécondés.

3° Toutes les cellules de segmentation ne restent pas vivantes et actives pendant la durée entière du phénomène. Elles dégénèrent les unes après les autres.

4° La segmentation parthénogénésique se produit, comme la segmentation des œufs fécondés, pendant le séjour de l'œuf dans l'oviducte. Mais, généralement, elle n'est pas complètement terminée au moment où l'œuf est pondu.

5° La segmentation parthénogénésique ne porte que sur une portion de la cicatricule, tandis que la segmentation des œufs fécondés intéresse tout le disque cicatriculaire.

6° La partie de la cicatricule qui ne prend pas part à la segmentation se creuse de nombreuses vacuoles. Celles-ci se développent de plus en plus, puis confluent en grande partie, pour donner naissance au réseau de Prévost et Dumas. Ce phénomène, correspondant à une liquéfaction complète d'une partie du disque cicatriculaire, peut être regardé comme un phénomène de dégénérescence qui se produit dans une partie de la cicatricule, en même temps que le reste de celle-ci se segmente parthénogénésiquement.

7° La dégénérescence qui se produit aussi dans toutes les cellules de segmentation elles-mêmes est parfois assez lente. Souvent on peut encore trouver des noyaux dans certaines cellules de l'œuf pondu depuis plusieurs jours.

8° La parthénogenèse spéciale que l'on observe chez les Oiseaux peut être appelée *parthénogenèse naturelle partielle*. Elle est le type d'une catégorie de phénomènes parthénogénésiques qui existent probablement chez beaucoup d'animaux et de végétaux, et que l'on doit séparer des autres types de parthénogenèse mieux étudiés, c'est-à-dire de la *parthénogenèse naturelle complète* (qui aboutit à la formation d'individus viables) et de la *parthénogenèse expérimentale*.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la digestion gastrique de la caséine.* Note [1] de M. **Louis Gaucher**, présentée par M. Guignard.

Les difficultés qu'on éprouve si souvent à faire tolérer le lait aux malades, les accidents plus fréquents encore qu'il provoque chez les nourrissons allaités artificiellement, m'ont engagé à reprendre l'étude de la digestion du lait dont certains points sont encore insuffisamment établis.

Dans cette Note j'ai consigné les premiers résultats que m'a donnés l'étude de la digestion gastrique de la caséine, chez des chiens porteurs

---

[1] Présentée dans la séance du 28 décembre 1908.

d'une fistule duodénale permanente [1]. J'ai pu ainsi, non seulement observer l'état physique sous lequel le lait se présente à sa sortie de l'estomac, mais encore en doser la caséine et le beurre à divers moments de la digestion.

La fistule pratiquée à 5cm ou 6cm du pylore est munie d'une simple canule de Laborde (c'est celle qu'on emploie ordinairement pour les fistules gastriques). Une fois remis de son opération, l'animal ne paraît nullement incommodé par sa canule et peut vivre pendant très longtemps, en servant pour ainsi dire journellement aux expériences. Je conserve depuis plus d'un an un des chiens ainsi opérés.

Avant chaque expérience, le chien était mis à jeun durant 24 heures et, après m'être assuré que son estomac était vide, je lui donnais 250cm³ de lait.

La digestion gastrique observée à partir de ce moment comprend trois phases distinctes qui peuvent être ainsi schématisées :

Phase I. — Durant le premier quart d'heure, le lait sort de la canule à l'état naturel.

Phase II. — La coagulation s'est opérée dans l'estomac ; le lactosérum s'écoule très clair, pendant le second quart d'heure, et se trouve mêlé parfois à de gros caillots de caséine.

Phase III. — Le liquide est maintenant coloré en jaune par la bile ; il est très louche et tient en suspension de fines particules de caséine qui ne tardent pas à gagner le fond du vase où on le recueille.

Le liquide destiné aux analyses était additionné, dès sa sortie, de quelques gouttes de formol suivant la méthode de Trillat et Sauton, pour arrêter l'action des diastases protéolytiques et donner plus d'exactitude au dosage de la caséine. Celle-ci était dosée en même temps que le beurre par la méthode pondérale ordinaire : traitement à l'acide acétique bouillant et lixiviation à l'éther.

Pour avoir une *moyenne*, j'ai fait porter mes analyses sur une série de 10 expériences, au cours desquelles je dosais séparément les quantités de caséine et de beurre recueillies pendant le premier quart d'heure et ensuite celles qui passaient pendant l'heure suivante.

Les résultats de ces dosages sont consignés dans le Tableau ci-dessous qui donne, dans la colonne A, les chiffres correspondant à la caséine émise durant le premier quart d'heure et, dans la colonne B, ceux qui ont été obtenus pendant l'heure qui suit. On trouvera, dans la troisième colonne, le total de la caséine émise 1 heure 15 minutes après le début de l'expérience et, en regard de ce nombre, la quantité de caséine con-

---

[1] Les chiens qui m'ont servi à ces recherches ont été opérés par M. Hédon. Je me fais un plaisir de le remercier ici de son concours aussi précieux qu'autorisé.

tenue dans les 250cm³ de lait ingérés. Les chiffres relatifs au beurre sont indiqués de la même manière.

	Caséine.				Beurre.			
	Après la traversée de l'estomac.				Après la traversée de l'estomac.			
Expériences.	A. Après 15 minutes.	B. Pendant l'heure suivante.	Total.	Dans 250cm³ de lait.	A. Après 15 minutes.	B. Pendant l'heure suivante.	Total.	Dans 250cm³ de lait.
1...	6,08	1,20	7,28	7,75	6,67	0,26	6,93	7,12
2...	3,935	2,775	6,710	8,75	3,730	2,280	6,010	7,25
3...	3,540	4,150	7,690	8,15	4,192	4,771	8,963	11
4...	4,085	2,710	6,795	7,25	2,940	2,082	5,022	5,86
5...	2,545	4,064	6,609	7,50	2,875	3,200	6,075	7,225
6...	5,009	2,629	7,638	8,50	5,04	1,810	6,85	7,83
7...	4,40	3,12	7,52	7,75	3,364	2,37	4,734	4,75
8...	4,45	4,23	8,68	9,625	4,29	3,89	8,18	8,9
9...	4,272	0,490	4,762	6,850	5,960	0,870	6,830	7,375
10...	3,760	2,990	6,750	7,52	3,240	2,660	5,900	7,85

Ainsi, sur une moyenne de 8g de caséine ingérée, on en recueille environ la moitié, soit 4g dès le premier quart d'heure et 3g dans l'heure suivante. Le reste finit par passer peu à peu, de telle sorte qu'après deux heures toute la caséine a franchi le pylore (¹).

Il en est de même du beurre qui accompagne la caséine.

Ces résultats ont été obtenus avec du lait de vache cru. Ils ont été les mêmes avec du lait bouilli ou lorsque le lait de chèvre était substitué au lait de vache.

Pour être mieux fixé encore sur la destinée de la caséine, au cas où elle séjournerait plus longtemps dans l'estomac, j'ai profité de digestions plus particulièrement lentes, au cours desquelles je dosais tout le caséum recueilli dans un laps de temps de 3 ou 4 heures. Le passage du lait est en effet notablement ralenti quand l'estomac contient déjà des substances peu digestibles (os, peau, etc.), que l'on a, au préalable, fait absorber au chien. Les chiffres obtenus, dans ces conditions, sont les suivants :

Après 4 heures de digestion.

Caséine.		Beurre.	
Après la traversée de l'estomac.	Dans le lait.	Après la traversée de l'estomac.	Dans le lait.
7,60	7,62	8,48	8,87
7,14	7,185	6,08	6,55
6,81	7	7,815	8,45

(¹) Je ne me préoccupe pas, pour l'instant, des réflexes d'origine intestinale agissant sur le pylore et qui se trouvent supprimés ici. Je montrerai d'ailleurs qu'ils ne changent guère les résultats.

Ces expériences conduisent aux conclusions qui suivent :

1° La caséine passe de l'estomac dans le duodénum d'abord sous la forme liquide, ensuite à l'état de caséum. Elle n'est jamais peptonisée dans l'estomac, contrairement à l'opinion admise encore par quelques expérimentateurs. Ce passage s'effectue assez rapidement quand l'estomac est vide et la digestion normale.

2° La coagulation du lait n'est donc nullement nécessaire ; et, si le lait se caille dans l'estomac, ce n'est en tout cas, ni pour y être retenu, ni pour y subir la digestion peptique.

De ces deux conclusions découle la suivante :

3° Dans certains cas, la coagulation intra-stomacale du lait peut même être nuisible à sa digestion. Grâce à l'insuffisance de la motricité gastrique ou à la fermeture spasmodique du pylore, la caséine coagulée forme, dans l'estomac, un bloc qui se contracte de plus en plus et s'y durcit. Alors, de deux choses l'une : ou bien ce caillot, se comportant comme un aliment indigeste, sera définitivement refusé par l'estomac et regurgité; ou bien, il finira par passer, plus ou moins fragmenté, à travers le pylore, et ses fragments, difficiles à désagréger et à dissoudre, amèneront l'irritation de la muqueuse intestinale. Ainsi s'expliquent les deux formes les plus fréquentes de l'intolérance pour le lait : les vomissements et la diarrhée.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Présures basiphiles.*

Note [1] de M. C. **Gerber**, présentée par M. Dastre.

L'action éminemment retardatrice et même empêchante des alcalis sur la coagulation du lait par les présures est un fait admis par tous les auteurs. Nous avons néanmoins pensé qu'il serait possible de constater une accélération du temps de coagulation de ce liquide en employant, pour relever son taux de minéralisation, non plus les sels neutres, comme nous l'avons fait antérieurement, mais les bases libres KOH et NaOH, à la condition d'opérer avec des présures peu calciphiles.

L'expérience nous a donné raison. Il suffit, en effet, de jeter les yeux sur le premier Tableau pour voir que $0^{cm^3},50$ de suc de *Maclura aurantiaca* L., agissant à 42° sur 5^{cm^3} de lait cru, le coagule en 1 minute 50 secondes quand il contient 45 molécules-milligrammes de soude par litre et en 11 minutes 10 secondes quand il n'y a pas de

[1] Présentée dans la séance du 21 décembre 1908.

soude. Avec le lait bouilli la différence est encore plus forte puisque, pour la dose précédente de présure, les temps de coagulation sont respectivement 1 minute 10 secondes et 11 minutes.

Tout comme avec les sels neutres de potassium et de sodium à acides précipitant la chaux, on constate que ces doses accélératrices sont comprises entre des doses extrêmes retardatrices : l'action retardatrice antérieure est due, en quelque sorte, à un abaissement du taux de minéralisation par précipitation du phosphate de chaux ; la postérieure, à l'altération de la présure par des doses trop fortes d'alcali.

Temps nécessaire à la coagulation du lait par les présures de

Molécules milligr. NaOH par litre de lait.	Maclura 42°. Lait cru.	Maclura 42°. Lait cru. R (2).	Maclura 42°. Lait bouilli.	Veau 40°. Lait cru.	Veau 40°. Lait cru. R (2).	Veau 40°. Lait bouilli.	Tourteau 50°. Lait cru.	Tourteau 50°. Lait bouilli.	Crabe 40°. Lait cru.	Crabe 40°. Lait bouilli.
	m s		m s	m s		m s	m s	m s	m s	m s
0 ...	11.10	1	11	8.50	1	5.50	7.40	7	4	5.50
1 ...	11.30	1,03	11.10	12.20	1,40	9.30	8	7.20	4.10	6
2 ...	12.[illegible]	1,07	11.20	16.15	1,84	13	8.20	7.40	4.20	6.20
4 ...	13.40	1,22	12.10	32.50	3,72	26.10	9.10	9	4.40	7
8 ...	17.10	1,54	21				13	(1)	5.50	11.10
12 ..	22.40	2,03					16.10		7.40	(1)
16 ..	30	2,69	(1)				17	10.20	9.40	
20 ..							14.50	5	10.40	10.30
25 ..	(1)	>37,6	5.30				7.10	2	9	7
30 ..			1.35	(1)	>37,6	(1)	4.40	2.05	5.50	4.30
35 ..			1.20				3.10	2.10	6	3.50
40 ..	5	0,45	1.10				3.30	2.20	6.20	4.40
45 ..	1.50	0,16	1.50						6.30	4.50
50 ..	2.40	0,24	2.20				(1)	(1)	7.30	5.20
55 ..	(1)	>37,6	(1)						(1)	(1)

A côté du *Maclura*, type de présure peu calciphile, le Tableau contient les résultats obtenus dans les mêmes conditions avec une présure très calciphile (Veau). On voit combien grandes sont les différences dans l'action des alcalis sur ces deux types de coagulation dont le dernier ne présente que la partie retardatrice du début de la courbe du premier.

Les présures animales se comportent comme celle du Veau ; quelques-unes, cependant, suivent une marche identique au *Maclura*. Telles sont les présures des Crustacés décapodes dont deux types : Crabe (*Carcinus menas* P.) et Tourteau (*Platycarcinus pagurus* L.) ont fourni les résultats inscrits dans les quatre dernières colonnes du premier Tableau, assez éloquentes par elles-mêmes pour qu'il soit inutile d'insister.

(1) Pas de coagulation au bout de 420 minutes.

(2) Rapport des divers temps de coagulation au premier.

Molécules milligr. HCl par litre de lait.	Temps nécessaire à la coagulation à 40° du lait — cru. — Maclura.	R.	Veau. R.	Veau.	bouilli. — Maclura.	R.	Veau. R.	Veau.
	m s			m s	m s			m s
0	43.15	1	1	29.50	49.20	1	1	32.10
0,109	43.15	1	0,98	29.20	49.55	1,01	0,87	28
0,218	43.10	0,99	0,96	28.40	50.55	1,03	0,83	26.50
0,437	42.50	0,99	0,92	27.30	50.30	1,02	0,76	24.30
0,875	42.20	0,98	0,87	25.50	48.25	0,98	0,63	20.15
1,75	41.20	0,96	0,68	20.10	47.55	0,97	0,49	13.30
3,50	38.50	0,90	0,49	14.40	41.30	0,84	0,29	9.10
7	37.40	0,87	0,28	8.20	35.50	0,73	0,14	4.40
10,50	38.20	0,88	0,21	6.10	30.10	0,61	0,07	2.20
14	39	0,90	0,16	4.50	21.50	0,44	0,04	1.50
17	44.15	1,02	0,15	4.20	17.10	0,35	0,03	0.50
20	48.40	1,12	0,14	4.05				
23	51.35	1,19	0,13	4	(1)	(1)	(1)	(1)
26	(1)	»	»	(1)				

Il était intéressant de rechercher comment ces présures basiphiles se comportent en présence des acides. Le Tableau II montre que la coagulation du lait cru n'est que légèrement accélérée par des doses faibles d'acide et, au contraire, qu'elle est fortement retardée par des doses moyennes, le retard étant d'autant plus grand qu'on se rapproche davantage des doses déterminant la coagulation spontanée du lait.

Au contraire, avec le lait bouilli, on observe une accélération dès le début et cette accélération croît avec la dose d'acide; mais elle est toujours faible et ne peut en aucune façon être comparée à la forte accélération constatée, dans les mêmes conditions, avec les présures vraiment calciphiles telles que la présure de Veau.

L'action des acides sur la caséification vient, on le voit, s'ajouter à l'action des bases pour permettre la distinction de deux types extrêmes de présures : le premier OXYPHILE (*Veau, Porc*), *le deuxième* BASIPHILE (*Maclura, Crustacés décapodes*). *Entre ces deux types viennent se ranger les nombreuses présures dont nous avons résumé, dans une Note antérieure, la façon de se comporter vis-à-vis des divers acides minéraux et organiques.*

---

(1) Coagulation sans présure.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Méthode gravimétrique de sensibilite constante pour la mesure des hautes altitudes.* Note [1] de M. **Alphonse Berget**, présentée par M. Deslandres.

La mesure des hauteurs, quand elle se fait en dehors des méthodes de nivellement géométrique ou géodésique, utilise exclusivement le baromètre. Cet instrument donne de bonnes indications aux faibles et moyennes altitudes, sous réserve, toutefois, des fluctuations météorologiques; mais sa sensibilité décroît à mesure qu'on s'élève dans l'atmosphère, puisqu'une même augmentation de la hauteur se traduit, sur l'instrument, par la mesure du poids d'une colonne d'air dont la densité est décroissante, si bien que, quand on se sert d'instruments enregistreurs, l'épaisseur même du trait, pour les altitudes atteintes par les ballons-sondes, constitue une incertitude appréciable.

J'ai eu occasion, au cours de diverses ascensions aérostatiques, de constater par moi-même cette diminution de précision du baromètre, et de me demander si l'on ne pourrait pas utiliser un phénomène physique fournissant une indication instrumentale proportionnelle à la hauteur, c'est-à-dire de sensibilité constante. Ce phénomène existe : c'est celui de la gravitation.

Le poids d'un corps, c'est-à-dire la force avec laquelle il est attiré par le centre de la Terre, dépend de sa distance à ce centre et varie en raison inverse du carré de cette distance. Si donc nous appelons p_1 et p_2 les poids d'un même corps à la surface de la Terre et à une altitude h, nous aurons, en désignant par R le rayon de la Terre,

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{(R+h)^2}{R^2}$$

ou

$$\frac{p_1 - p_2}{p_2} = \frac{2Rh + h^2}{R^2},$$

d'où nous déduisons, en négligeant $\frac{h}{R}$ par rapport à R,

$$\frac{p_1 - p_2}{p_2} = \frac{2h}{R},$$

c'est-à-dire que la variation apparente du poids du corps, en passant de la première station à la seconde, est proportionnelle à la différence de niveau de ces deux stations.

---

[1] Présentée dans la séance du 28 décembre 1908.

La sensibilité de la méthode est suffisante : si nous faisons $h = 300^m$ (c'est le cas de la tour Eiffel) nous trouvons $\frac{p_1 - p_2}{p_2} = \frac{1}{10000}$ environ. Or on peut construire des dynamomètres *de précision* de sensibilité bien supérieure. L'appareil de Threlfall, basé sur l'élasticité d'un fil de quartz, permet même de déceler de petites anomalies de la pesanteur; la méthode de Hecker, dite *hypsobarométrique*, donne une précision de $\frac{1}{30000}$. Il est donc actuellement *possible* de réaliser un appareil permettant la mesure des hauteurs, dans l'atmosphère, avec une sensibilité constante. Il serait à désirer que des constructeurs habiles se missent à l'étude afin de réaliser un tel instrument avec dispositif enregistreur : ils rendraient ainsi à la Météorologie de la haute atmosphère un très grand service, car indépendamment de la décroissance de la précision instrumentale, la méthode barométrique utilise une formule qui devient incertaine dès que l'altitude est un peu grande.

C'est ce qui m'a déterminé à indiquer cette méthode gravimétrique.

MÉTÉOROLOGIE. — *La pluie et les sources en Limousin en* 1908. Note de M. **P. Garrigou-Lagrange**, présentée par M. d'Arsonval.

J'ai soumis l'an dernier à l'Académie les résultats généraux d'une étude sur la pluie et le régime des sources.

Cette étude, poursuivie en 1908 et développée à l'aide de documents nouveaux, a mis en lumière certaines particularités, parmi lesquelles une des plus intéressantes est la continuation et l'aggravation de la période de sécheresse et de diminution des sources que j'ai signalée à diverses reprises.

On se rendra aisément compte du phénomène par le Tableau qui donne pour la station de Limoges et pour les années 1906, 1907 et 1908, les hauteurs d'eau tombées dans les diverses saisons et les débits de la Vienne au Pont-Neuf, ainsi que les écarts de ces nombres à leurs valeurs moyennes.

	Pluie.		Débit.	
	Hauteur d'eau.	Écart.	Valeur.	Écart.
1906.	mm	mm	m³	m³
Hiver	257	73	55,9	16,9
Printemps	219	— 47	26,9	—10,8
Été	143	— 85	10,0	— 8,8
Automne	250	— 16	26,0	6,3
Année	868	— 76	29,7	0,4

	Pluie.		Débit.	
	Hauteur d'eau.	Écart.	Valeur.	Écart.
1907.	mm	mm	m³	m³
Hiver	236	52	40,9	— 0,1
Printemps	273	7	26,9	—10,8
Été	93	—135	10,1	— 8,7
Automne	333	67	37,0	17,3
Année	935	— 9	29,0	— 0,3
1908.				
Hiver	270	86	40,4	— 0,6
Printemps	242	— 24	37,9	0,2
Été	243	15	18,7	— 0,1
Automne	141	—125	15,7	— 4,0
Année	897	— 47	28,2	— 1,1

On voit que le débit moyen annuel, qui, en 1906, malgré la sécheresse du printemps et de l'été, s'élevait encore de $0^m,4$ au-dessus de la moyenne générale des dix dernières années, s'abaissait de $0^m,3$ au-dessous de cette moyenne en 1907, tandis qu'il est, en 1908, inférieur de $1^m,1$, écart considérable puisqu'un déficit de $1^m,1$ par seconde représente pour l'année entière un déficit total d'environ 35 millions de mètres cubes pour le seul bassin de la Vienne au Pont-Neuf. On comprend ainsi quelle est l'importance d'une sécheresse prolongée, dont les effets s'accumulent par suite de la diminution des sources profondes.

Il y a lieu également de considérer ici que le déficit de 1908 a surtout porté sur l'automne. Le total de l'eau tombée y est inférieur de 125^{mm} et le débit de 4^{m^3} par seconde. En novembre seul, avec un déficit d'eau de 33^{mm}, le débit est inférieur de $7^{m^3},5$. Ces nombres représentent un écart sur la moyenne des dix dernières années de plus de $\frac{1}{5}$ pour l'automne et de près de $\frac{1}{3}$ pour novembre.

Or, en 1906 et en 1907, la sécheresse s'était surtout fait sentir en été et l'on sait que les pluies d'été profitent peu au ruisseau et encore moins aux sources profondes.

Il n'en va pas de même de l'automne qui d'ordinaire améliore considérablement les réserves et prépare les forts débits des saisons suivantes. L'année 1909 se trouve ainsi dès le commencement dans des conditions défavorables.

Sans doute le volume de nos eaux peut être rapidement relevé par quelques fortes chutes; mais pendant longtemps leur débit sera insuffisam-

ment soutenu par une réserve affaiblie et les crues de nos rivières auront un caractère plus ou moins torrentiel, nuisible dès lors à l'agriculture et à l'industrie.

J'ai signalé à plusieurs reprises cette situation, que rend plus fâcheuse l'importance chaque jour croissante des applications hydro-électriques. Il serait intéressant, alors qu'il en est temps encore, de prendre quelques mesures préventives, plutôt que d'attendre que le péril soit *né et actuel* et qu'il faille à grands frais y apporter des remèdes presque toujours illusoires.

C'est à rechercher ces mesures préventives que s'applique l'Association, que nous avons organisée sous le nom *de l'Arbre et de l'Eau* et qui s'occupe, à la suite des Congrès de Limoges et de Guéret, à aménager le cours supérieur de la Vienne et des principaux affluents de la Loire et de la Garonne, qui naissent au plateau de Millevaches.

SISMOLOGIE. — *Sur le tremblement de terre du* 28 *décembre* 1908. Note de M. **Alfred Angot**.

Le tremblement de terre qui a dévasté une partie de la Sicile et de la Calabre, le 28 décembre 1908, s'est manifesté à l'Observatoire du Parc Saint-Maur, sur le sismographe Milne, par la courbe la plus remarquable qui y ait été obtenue jusqu'ici.

Le pendule NS, dont les mouvements sont amortis, a donné un diagramme d'une grande netteté, dont nous reproduisons ci-contre la partie principale. Pour l'autre composante, au contraire, le tracé est tout à fait confus; il est troublé par les oscillations propres du pendule, auquel on a laissé sa disposition primitive.

Pour les deux composantes, les oscillations ont débuté, brusquement et simultanément, à $4^h 23^m,9$ (temps moyen de Greenwich), et les grandes oscillations ont commencé à $4^h 27^m,0$. La durée des oscillations préliminaires a donc été de $3^m,1$; elle correspond sur la courbe ci-après (où les heures sont marquées en temps local) à la partie comprise entre les points A et B.

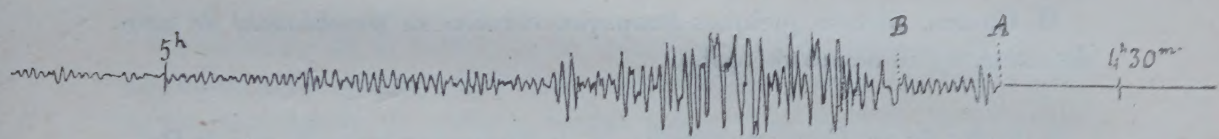
Sur la composante EW (pendule NS amorti), l'amplitude des grandes oscillations a dépassé un instant 14^{mm}. Les oscillations sont devenues beaucoup moins fortes à partir de $4^h 50^m$ et à peine perceptibles depuis $5^h 20^m$; elles paraissent cesser complètement vers $6^h 25^m$.

Le jour de l'observation, la période propre des oscillations était de $17^s,0$ pour le pendule NS et de $14^s,9$ pour le pendule EW.

On ne distingue pas sur le diagramme les deux phases dans lesquelles se divisent d'ordinaire les oscillations préliminaires et dont la première permet de déterminer approximativement la distance de l'épicentre. Mais il existe d'autres formules empiriques qui donnent cette distance en fonction de la durée totale de ces oscillations ($3^m,1$ dans le cas présent).

Ces formules, différentes pour les tremblements de terre rapprochés ($T < 2^m,3$) et pour les tremblements de terre lointains ($T > 3^m,5$), s'adaptent mal au cas actuel, qui est précisément intermédiaire. En particulier, les formules de la Commission sismologique japonaise donneraient respectivement pour l'épicentre des distances de 1400^{km} et de 1900^{km}. La distance réelle de Messine au Parc Saint-Maur, 1580^{km}, est à peu près la moyenne de ces deux nombres.

Comme cela arrive souvent lors des grands tremblements de terre, les courbes des magnétographes ont présenté des troubles d'un caractère tout différent de celui des perturbations magnétiques ordinaires, et dont l'apparence même indique une origine probablement mécanique. Au Val-Joyeux



(M. Itié), la courbe de la composante horizontale montre deux accidents d'assez grande amplitude à 4^h36^m et à 4^h40^m, et un autre plus faible à 4^h54^m. La courbe de la déclinaison porte un accident faible à 4^h33^m et deux autres notables à 4^h42^m et à 4^h48^m.

A Perpignan (M. Mengel), il y a, sur la courbe de la déclinaison, deux mouvements bien nets à 4^h36^m et à 4^h48^m.

Enfin, au Pic du Midi (M. Latreille), la courbe du déclinomètre présente, de 4^h46^m à 4^h54^m, un petit épaississement; rien de particulier ne se remarque sur la composante horizontale.

Comme la vitesse du papier sur les magnétographes ne permet déterminer l'heure qu'à quelques minutes près, on voit que, sur les trois instruments, la première secousse a coïncidé avec le début des grandes oscillations (4^h36^m en temps moyen de Paris) sur le sismographe du Parc Saint-Maur. La secousse notée à 4^h48^m semble coïncider avec le dernier groupe des grandes oscillations enregistrées sur le sismographe.

SISMOLOGIE. — *Sur le tremblement de terre du 28 décembre 1908.* Note de M. **R. Cirera**.

Le tremblement de terre du 28 décembre 1908 a été fortement enregistré à l'Observatoire de l'Èbre (lat. N : 40°49′14″; long. E de Gr. : $0^h 1^m 58^s,5$) par les pendules horizontaux de Grablovitz et par le microsismographe à trois composantes de Vicentini. Dans cet appareil la composante EW a ressenti la première secousse à $4^h 23^m 15^s$ temps de Greenwich; les autres composantes l'ont enregistrée quelques secondes plus tard.

Dans les courbes magnétiques on remarque seulement que le bifilaire a enregistré le mouvement mécanique. Entre 3^h et 5^h s'est produite une onde barométrique avec minimum à 4^h; de 4^h à 5^h le vent a parcouru 45^{km}, pour l'heure précédente 30^{km} et seulement 25^{km} la suivante. A ces phénomènes locaux correspondent une chute dans la courbe du potentiel atmosphérique et une forte agitation dans le courant tellurique NS. Le récepteur Branly a enregistré plusieurs ondes de $2^h 10^m$ à $2^h 25^m$ du matin.

M. **Chapel** adresse quelques *Remarques relatives au tremblement de terre des Calabres* (28 *décembre* 1908).

A propos de ces Communications, M. le **Président** rappelle que le Président de l'Institut a déjà envoyé à l'Italie, par l'intermédiaire de l'Académie des Lincei, l'expression de sa vive sympathie et de la part que prend l'Institut aux malheurs qui viennent de frapper un peuple voisin et ami. Il insiste sur le rôle qui appartient à l'Académie des Sciences pour l'étude approfondie des causes et des circonstances des tremblements de terre, et propose à l'Académie d'ouvrir une souscription pour soulager la misère des victimes de la Sicile et de la Calabre.

Cette proposition est immédiatement adoptée par l'Académie.

M. **Louvel** adresse un Mémoire intitulé : *Recherches sur les nombres premiers.*

A 4 heures trois quarts, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 5 heures un quart.

G. D.